自治医科大学

入学試験問題（1次）

数　　学

令和2年1月27日　　　　9時00分—10時20分

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き10ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つ選べ。

1　整式 $4x^3-3x^2+2x-1$ を整式 $2x-1$ で割るとき，商が ax^2+bx+c，余りが d となるとする。$a+b+c+d$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

2　$x(y+z)=35$，$y(z+x)=32$，$z(x+y)=27$ のとき，$\dfrac{(xyz)^2}{400}$ の値を求めよ。（x，y，z は実数とする）

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

3　x，y は自然数とする（$x \geqq 5$，$y \geqq 3$）。

$1+\log_x(y-2)=4\log_{x^2}2+3\log_{x^3}(y+6)$ が成立するとき，

$|x-y|$ の最小値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

4　関数$f(x) = a\cos^2 x + (a-b)\sin x\cos x + b\sin^2 x$の最大値が$3+\sqrt{7}$，最小値が$3-\sqrt{7}$となるとき，$a+b$の値を求めよ。($a$，$b$は実数，$a \neq b$)

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

5　座標平面上において，直線L1：$y=1$と直線L1上の点A$(t, 1)$ $(t>0)$と原点Oを結ぶ線分OAの垂直二等分線をL2とする。線分OAの中点をB，直線L2とx軸との交点をCとする。△OBCの面積が1となるとき，tの値は異なる2つの実数α，β $(\beta > \alpha > 0)$の値をとる。$\alpha+\beta$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

6　座標平面上の3点A$(1, 0)$，B$(\frac{3}{2}, 0)$，C$(0, 1)$を頂点とする△ABCと直線ℓ：$y=mx$ (mは正の実数)について考える。△ABCの面積が，直線ℓによって二等分されるとき，$9m$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

7　四角形ABCDは，円に内接する。AB $=1$，BC $=2$，CD $=3$，DA $=4$ を満たすとき，四角形ABCDの面積を S とする。$\dfrac{\sqrt{6}}{2}S$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

8　複素数 $Z=\dfrac{(1+i)^3(a-i)^2}{\sqrt{2}\,(a-3i)^2}\left(i^2=-1,\ |Z|=\dfrac{2}{3}\right)$（$a$ は実数）について考える。Z^n が実数となる自然数 n の最小値を m とするとき，$\dfrac{m}{2}$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

9　3次方程式 $x^3+(2a^2-1)x^2-(5a^2-4a)x+3a^2-4a=0$（$a$ は実数）が実数の2重解をもつとき，a のとりうる値の和を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

10 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$, $\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}-\vec{b}$ のなす角が $60°$ であるとする。
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ としたとき，$|7\cos\theta|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 の数字が書かれている 10 枚のカードから異なる 3 枚のカードを選ぶこととする。選んだカードの数字の積が奇数となる確率を P，選んだカードの数字の積が 4 の倍数となる確率を Q とする。
$\dfrac{Q}{P}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 楕円 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0$，$b>0$，a，b は実数，$a \fallingdotseq b$) と
直線 ℓ：$x=t$ ($-a<t<a$) について考える。
楕円 C と直線 ℓ の 2 つの交点を P，Q とし，点 A の座標を $(-a,\ 0)$ と定める。
A，P，Q の各点を頂点とする三角形の面積の最大値を M とする。$\dfrac{4\sqrt{3}}{ab}M$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 曲線C：$y = 5\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + \sqrt{2}\,k$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$（kは正の実数）について考える。曲線Cとx軸が接するとき，kの値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

14 円C1：$x^2 + y^2 = 1$と曲線C2：$y = x^2 - 2$について考える。

円C1上の点P$(\alpha,\ \beta)$（$\alpha \geqq 0$，$\alpha \neq 1$）における円C1の接線と曲線C2で囲まれた図形の面積の最小値をmとする。$4m^2$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

15 $I=\int_0^{2\pi} e^{3x}\sin kx dx$（$k$ は自然数）について考える。

$S=e^{6\pi}+\lim_{k\to\infty} kI$ とするとき，S の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 曲線C：$\sqrt{\dfrac{x}{6}}+\sqrt{\dfrac{y}{4}}=1$（$x$，$y$ は実数，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$）について考える。

曲線Cと x 軸と y 軸で囲まれた図形の面積を S とする。S の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題 17～21)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

曲線 $C_k : y = e^{-kx}$ (k は自然数，x は正の実数)について考える。曲線 C_k 上の点 $P_k(t,\ e^{-kt})$ (t は正の実数)における曲線 C_k の接線を L_k とし，L_k と x 軸との交点を A_k，L_k と y 軸との交点を B_k とする。(原点を O とする)

I　$k = 1$ のとき，$\triangle OA_1B_1$ の面積は，$t =$ $\boxed{17}$ で最大値 $\boxed{18}$ となる。

$\boxed{17}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

$\boxed{18}$

㋐　$\frac{1}{e}$	㋕　$\frac{2}{e}$	㋚　$\frac{3}{e}$	㋟　$\frac{4}{e}$	㋤　$\frac{5}{e}$
㋩　$\frac{1}{2e}$	㋮　$\frac{3}{2e}$	㋳　$\frac{2}{3e}$	㋶　$\frac{5}{3e}$	㋻　$\frac{7}{3e}$

II $\triangle OA_kB_k$ の面積は，$t=$ $\boxed{19}$ のとき，最大値 $\boxed{20}$ をとる。

$\boxed{19}$

㋐ $\dfrac{1}{k^2}$　㋕ $\dfrac{2}{k^2}$　㋚ $\dfrac{3}{k^2}$　㋟ $\dfrac{1}{2k^2}$　㋤ $\dfrac{3}{2k^2}$

㋩ $\dfrac{1}{2k}$　㋮ $\dfrac{3}{2k}$　㋳ $\dfrac{1}{k}$　㋶ $\dfrac{2}{k}$　㋻ $\dfrac{3}{k}$

$\boxed{20}$

㋐ $\dfrac{1}{k^2e}$　㋕ $\dfrac{2}{k^2e}$　㋚ $\dfrac{3}{k^2e}$　㋟ $\dfrac{1}{2k^2e}$　㋤ $\dfrac{3}{2k^2e}$

㋩ $\dfrac{1}{2ke}$　㋮ $\dfrac{3}{2ke}$　㋳ $\dfrac{1}{ke}$　㋶ $\dfrac{2}{ke}$　㋻ $\dfrac{3}{ke}$

III $\triangle OA_kB_k$ の面積の最大値を S_k とする。

無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ は，$\boxed{21}$ することになる。

$\boxed{21}$

㋐ $\dfrac{\log 2}{e}$ に収束　㋕ $\dfrac{\log 3}{e}$ に収束　㋚ $\dfrac{\log 4}{e}$ に収束

㋟ $\dfrac{\log 2}{2e}$ に収束　㋤ $\dfrac{\log 3}{2e}$ に収束　㋩ 発　散

㋮ $\dfrac{\log 2}{e^2}$ に収束　㋳ $\dfrac{2\log 2}{e^2}$ に収束　㋶ $\dfrac{3\log 2}{e^2}$ に収束

㋻ $\dfrac{4\log 2}{e^2}$ に収束

次の文章を読み，以下の問い(問題22～25)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

kを0以上の整数とする。3つの不等式$y \leqq -\dfrac{x}{2}+k$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$を満たす整数x，yの組(x, y)の個数を$f(k)$と表記する。

I　$f(0)=\boxed{22}$となる。

$\boxed{22}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

II　$f(3)=f(2)+R$であるとき，Rは$\boxed{23}$となる。

$\boxed{23}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

III　$f(k)=f(k-1)+S$であるとき，Sは$\boxed{24}$となる。(kは1以上の整数とする。)

$\boxed{24}$

㋐ k	㋕ $2k$	㋚ $3k$	㋟ $k+1$	㋤ $k+2$
㋩ $2k+1$	㋮ $2k+2$	㋳ $2k+3$	㋶ $3k+2$	㋻ $4k+3$

Ⅳ　$f(k)=\boxed{25}$ と表すことができる。

$\boxed{25}$

㋐ k^2　㋕ $2k^2$　㋚ $3k^2$　㋟ $(k+1)^2$

㋤ $2(k+1)^2$　㋩ $3(k+1)^2$　㋮ $(k+2)^2$　㋳ $2(k+2)^2$

㋶ $3(k+2)^2$　㋻ $(k+3)^2$