’20

前期日程

理　科

（医学部医学科）

注　意　事　項

問題(1から7)の全てに解答してください。

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2. 問題冊子は1冊(31頁)，解答用紙は7枚，下書用紙は3枚です。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合には申し出てください。

3. 氏名と受験番号は解答用紙の所定の欄に記入してください。

4. 解答は指定の解答用紙に記入してください。

5. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。

6. 問題冊子と下書用紙は持ち帰って下さい。

問題を解くにあたって，必要ならば次の値を用いよ。

原子量	C = 12.0	Ca = 40.1	Cl = 35.5	Cu = 63.5
	H = 1.0	I = 126.9	K = 39.1	N = 14.0
	Na = 23.0	O = 16.0	Pb = 207.2	S = 32.1
	Si = 28.1	Al = 27.0	Fe = 55.8	Mn = 54.9

理想気体のモル体積	22.4 L/mol（0 ℃，1.01×10^5 Pa）
気体定数	8.31×10^3 Pa·L/(K·mol)
アボガドロ定数	6.02×10^{23}/mol
ファラデー定数	9.65×10^4 C/mol

1 以下のように，質量 m の小物体を台の上で運動させる。小物体の運動は，台の上にいる観測者が観測しているとする。重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗の影響は無視できるものとする。

【Ⅰ】 図1のように，斜面AB，面CD，半円筒形の曲面DEをもつ台がある。斜面ABと水平面がなす角を θ とする。面CDは水平であり，面CDからの点Aの高さを h とする。曲面DEの半径を r，中心を点Oとし，直線DOEは鉛直である。斜面AB，面CD，曲面DEはそれぞれ接続部BC，点Dを介してなめらかに接続されている。斜面AB，接続部BC，面CD，曲面DEと小物体の間の摩擦は無視できるものとする。台は床の上に固定されており，動くことはない。

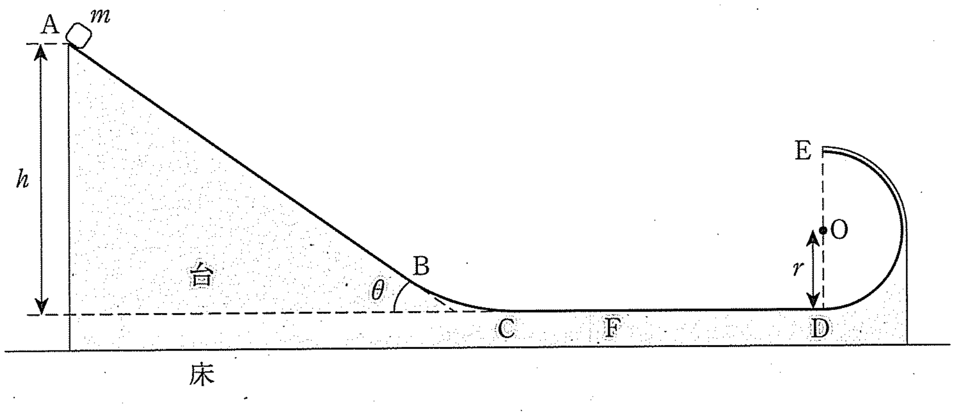


図1

小物体を点Aから初速度0で静かにはなすと，小物体は斜面ABをすべりおりた後，接続部BCを通り，点Cを通過した。

(1) 小物体が点Cに到達する直前の，小物体の速度の大きさを求めよ。

点Cを通過した小物体は，面CD上を点Dへと移動した後，半円筒形の曲面DEから離れることなく運動し，点Eを通過した。

(2)　点Eに到達する直前の，小物体の速度の大きさを求めよ。

(3)　点Eに到達する直前の，小物体が曲面DEから受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(4)　小物体が曲面DEから離れることなく点Eを通過したことから，面CDからの点Aの高さhは，$h \geqq$ $\boxed{\text{(ア)}}$ を満たすことがわかる。もし，$h <$ $\boxed{\text{(ア)}}$ であったならば，小物体が点Eに到達することはない。$\boxed{\text{(ア)}}$ に入る最も適切な数式を求めよ。

その後，小物体は点Eから水平にとびだし，面CD上の点Fに着地した。

(5)　点Dと点Fの間の距離を求めよ。

【II】　図2のように，【I】で用いた台の斜面AB上に，距離Lだけ離れた2点a，bをとり，点a，b間の斜面を表面の粗いシートで張りかえ，点a，b間では，斜面ABと小物体の間に，動摩擦係数μ'の動摩擦力がはたらくようにする。また，曲面DE上で，角$\angle DOG = \alpha$（$90° < \alpha < 180°$）となる位置に点Gをとる。台は床に固定されており，面CDは水平である。

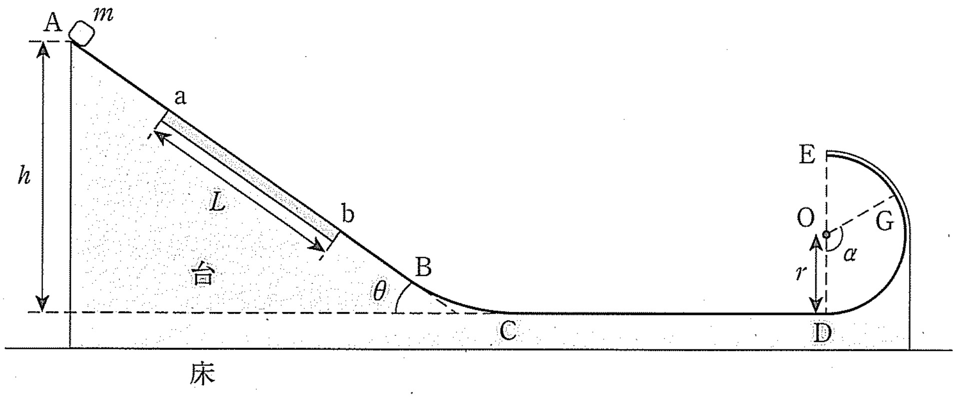


図2

小物体を点Aから初速度0で静かにはなすと，小物体は斜面ABをすべりおりた後，接続部BCを通り，点Cを通過した。

(6) 小物体が点a，b間にあるときに，斜面ABから小物体にはたらく動摩擦力の大きさを，m，g，μ'，θを用いて表せ。

(7) 小物体が点aから点bまで移動する間に，斜面ABから小物体にはたらく垂直抗力が，小物体にする仕事の大きさを求めよ。

(8) 小物体が点Cに到達する直前の，小物体の速度の大きさを，h，g，μ'，L，θを用いて表せ。

点Cを通過した小物体は，面CD上を点Dへと移動した後，半円筒形の曲面DEから離れることなく点Gまで運動し，点Gで曲面から離れた。

(9) 小物体が点Gで曲面DEから離れたという条件から，h，r，L，μ'，θ，αの間には，以下の関係が成り立つ。

$$h = \boxed{(イ)}$$

$\boxed{(イ)}$ に入る適切な数式を，r，L，μ'，θ，αを用いて表せ。

【Ⅲ】【Ⅱ】で用いた台上で，小物体を点Aから斜面ABに平行に，点Bに向けて初速度の大きさvで射出することを考える。台は床に固定されており，面CDは水平であるとする。

(10) 点Aから射出された小物体が，斜面AB，接続部BC，面CD，曲面DEから離れることなく運動し，点Eを通過するために必要な，初速度の大きさvの最小値を，h，g，r，L，μ'，θを用いて表せ。

2 図1に示すように，紙面上にxy平面，紙面に垂直にz軸をとり，紙面の裏から表への向きをz軸の正の向きとする。$x \geqq 0$の領域には一様な磁場がz軸と平行にかかっている。xy平面上に組まれた回路について，以下の問に答えよ。ただし，回路はxy平面上に固定されており，回路に流れる電流の作る磁場は無視できるものとする。

【I】 図1に示すように$x < 0$の領域に，抵抗値R_0[Ω]の抵抗器R_0と電圧V[V]の直流電源が，距離d[m]だけ離してy軸上に置かれた端子A_1とA_2に，電気抵抗の無視できる導線で接続されている。端子A_1およびA_2の先の$x \geqq 0$の領域に電気抵抗の無視できる導線と電気抵抗のある抵抗線を接続し，図1の①〜③の回路を作る。

回路①では，x軸と平行に置かれた長さdで電気抵抗の無視できる真っ直ぐな2本の導線A_1P_1とA_2Q_1が端子A_1とA_2に接続され，さらに，2本の導線の端点P_1とQ_1に，長さdで電気抵抗R_1[Ω]の真っ直ぐな抵抗線P_1Q_1が接続されている。$x \geqq 0$の領域にかかっている一様な磁場は時間変化しないとする。

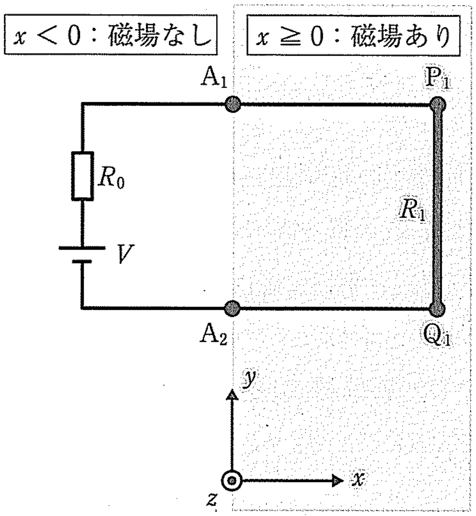
回路①に磁場から加わる力の合力は回路①を構成する導線A_1P_1，抵抗線P_1Q_1，導線A_2Q_1に加わる力の和である。回路①に磁場から加わる力の合力の大きさはF[N]で向きはx軸と平行で正の向きであった。

(1) $x \geqq 0$の領域にかかっている磁場の磁束密度の大きさと磁束密度の向きを答えよ。磁束密度の大きさはF，V，d，R_0，R_1のうち必要なものを用いて表せ。磁束密度の向きは，「z軸の正の向き」，「z軸の負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

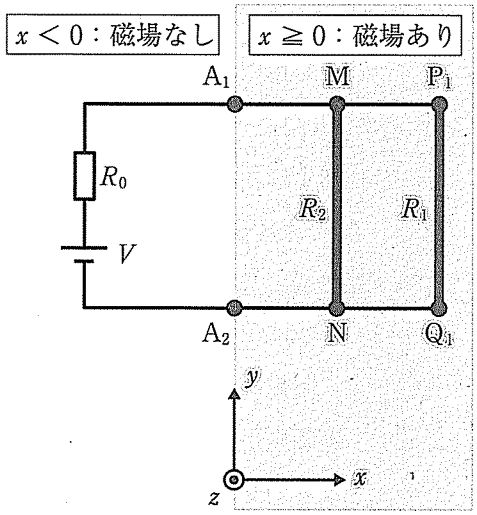
回路①にかけた磁場と同じ磁場を回路②および③の$x \geqq 0$の領域にかける。問(1)で求めた磁束密度の大きさをB_0[T]とする。

図1に示すように，回路②では，回路①の抵抗線P_1Q_1に加えて，導線A_1P_1の中点と導線A_2Q_1の中点を結ぶように，長さdで電気抵抗R_2[Ω]の真っ直ぐな抵抗線MNが接続されている。

①


x < 0：磁場なし
x ≧ 0：磁場あり
A1
P1
R0
R1
V
A2
Q1
y
x
z

②


x < 0：磁場なし
x ≧ 0：磁場あり
A1
M
P1
R0
R2
R1
V
A2
N
Q1
y
x
z

③

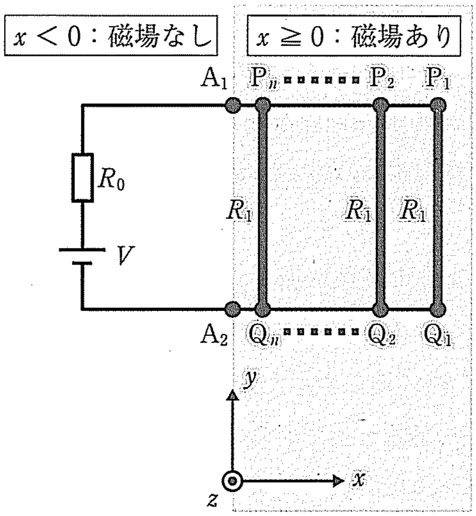

x < 0：磁場なし
x ≧ 0：磁場あり
A1
Pn
P2
P1
R0
R1
R1
R1
V
A2
Qn
Q2
Q1
y
x
z

図 1

(2) 回路②の導線A_1P_1，導線A_2Q_1，抵抗線P_1Q_1および抵抗線MNが磁場から受ける力の和のx成分を，B_0，V，d，R_0，R_1，R_2のうち必要なものを用いて表せ。

図1に示すように，回路③では，回路①の抵抗線P_1Q_1に加えて，導線A_1P_1と導線A_2Q_1に，長さdで電気抵抗R_1の真っ直ぐな$(n-1)$本の抵抗線P_2Q_2，P_3Q_3，...，P_nQ_nが抵抗線P_1Q_1と平行に接続されている。

(3) 回路③の導線A_1P_1，A_2Q_1，および，抵抗線P_1Q_1，P_2Q_2，...，P_nQ_nが磁場から受ける力の和のx成分を，B_0，V，d，R_0，R_1，nのうち必要なものを用いて表せ。

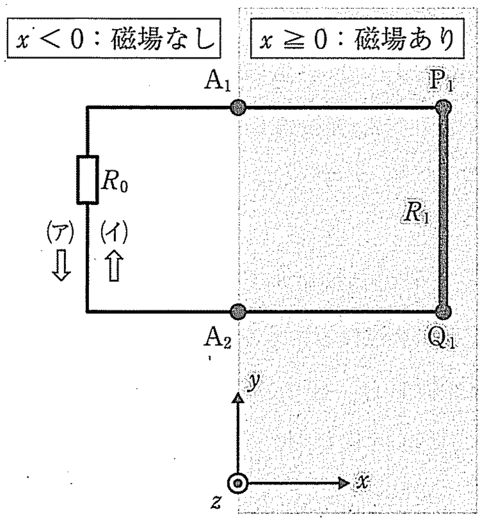
【Ⅱ】 図2に示すように，【Ⅰ】で用いた回路①および回路②の$x<0$の領域にある直流電源を電気抵抗の無視できる導線に置き換えた回路を作る。回路①を組み直した回路を回路④，回路②を組み直した回路を回路⑤と呼ぶ。$x \geqq 0$の領域にz軸と平行にかかっている一様な磁場の磁束密度を時間変化させる。

まず，回路④について考察する。$x \geqq 0$の領域に加わる一様な磁場の磁束密度は，図3に示すように，時刻$t=0$ sのとき$-B_1$[T]で，その後，一定の割合で変化していき，$t=4T$[s]でB_1に達した。ただし，B_1は正の定数である。図3において，磁束密度が正の値をとっているときは，磁束密度はz軸の正の向き，負の値をとっているときは，負の向きを向いている。

(4) $t=T$のときに，抵抗器R_0に流れる電流の大きさをB_1，d，R_0，R_1，Tのうち必要なものを用いて表せ。また，その流れる向きが図の矢印の(ア)，(イ)のいずれになるかを，記号で答えよ。

(5) $t=T$から$t=3T$の間に回路④で発生するジュール熱をB_1，d，R_0，R_1，Tのうち必要なものを用いて表せ。

④


$x < 0$：磁場なし
$x \geqq 0$：磁場あり
A_1
P_1
R_0
R_1
(ア)
(イ)
A_2
Q_1
y
x
z

⑤

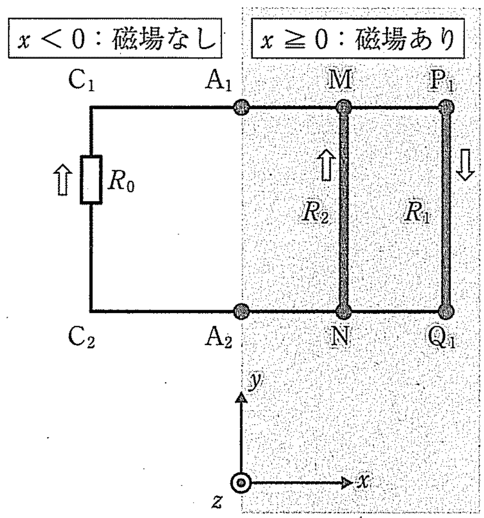

$x < 0$：磁場なし
$x \geqq 0$：磁場あり
C_1
A_1
M
P_1
R_0
R_2
R_1
C_2
A_2
N
Q_1
y
x
z

図 2

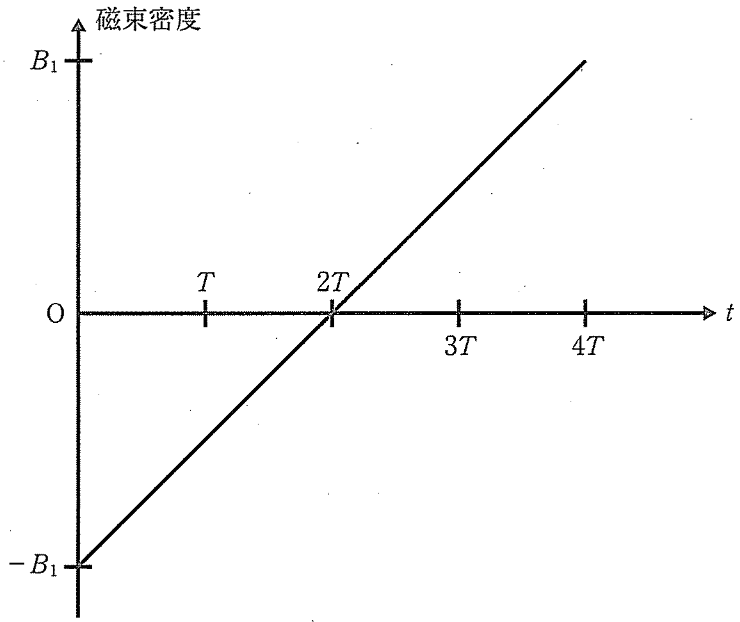

磁束密度
B_1
$-B_1$
O
T
$2T$
$3T$
$4T$
t

図 3

(6)　$t = T$ のときに，抵抗線 P_1Q_1 が磁場から受ける力の x 成分を B_1，d，R_0，R_1，T のうち必要なものを用いて表せ。

(7)　$0 \leqq t \leqq 4T$ の時刻における，抵抗線 P_1Q_1 が磁場から受ける力の x 成分 F_x[N]と時刻 t との関係を表すグラフを解答欄に図示せよ。ただし，問(6)で求めた力の x 成分の大きさを F_0[N]とする。

次に，回路⑤について考察する。$x \geqq 0$ の領域に加わる一様な磁場の磁束密度は，回路④のときと同様に，図3に示されるような時間変化をした。

$t = 2T$ のときに，抵抗器 R_0，抵抗線 P_1Q_1，抵抗線 MN に流れる電流の求め方を考えてみよう。抵抗器 R_0，抵抗線 P_1Q_1 および抵抗線 MN に流れる電流の向きを図の矢印のように仮に定め，抵抗器 R_0 に流れる電流の大きさを I_0[A]，抵抗線 P_1Q_1 に流れる電流の大きさを I_1[A]，抵抗線 MN に流れる電流の大きさを I_2[A]とする。もし，計算で得られた電流の大きさの値が負になれば，電流の流れる向きが仮定と反対であったことになる。

(8)　I_0，I_1，I_2 が満たすべき連立方程式を以下のような手順で作る。数式中の $\boxed{\text{(い)}}$，$\boxed{\text{(ろ)}}$ に入る適切な数式を，B_1，d，T のうち必要なものを用いて表せ。

点 M に流れ込む電流は流れ出る電流に等しいことから，

$$I_0 + I_2 = I_1$$

となる。閉経路 MP_1Q_1NM において電圧降下は起電力に等しいことから，

$$I_1R_1 + I_2R_2 = \boxed{\text{(い)}}$$

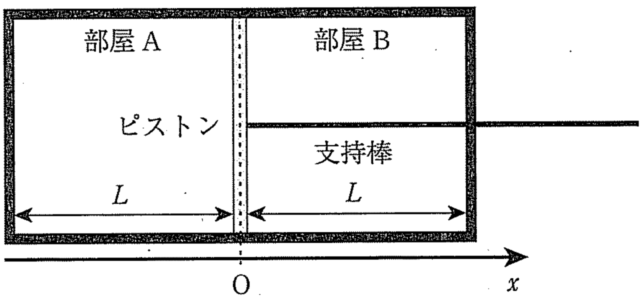
となる。図2に示すように，回路⑤中に点 C_1，C_2 をとる。閉経路 $C_1MP_1Q_1NC_2C_1$ において電圧降下は起電力に等しいことから，

$$I_0R_0 + I_1R_1 = \boxed{\text{(ろ)}}$$

となる。この連立方程式を解くことで，I_0，I_1，I_2 が求まる。

3 図のように，断面積 S[m^2]で長さ $2L$[m]の容器が，支持棒のついたピストンによって2つの部屋に分けられている。以下，左側の部屋を部屋A，右側の部屋を部屋Bと呼ぶ。ピストン，支持棒と容器の間には摩擦ははたらかないものとする。また，容器，支持棒は断熱材でできており，これらの熱容量は無視できるものとする。図のように右向きを正の向きとして x 軸をとり，容器の中央の x 座標を $x=0$ とする。ただし，座標の単位はメートル(m)とする。

最初，部屋Aには $2n$[mol]の単原子分子理想気体，部屋Bには n[mol]の単原子分子理想気体が閉じ込められており，ピストンは支持棒を手で支えることによって固定されている。ピストンの x 座標は $x=0$ であり，部屋Aの気体の温度は T_A[K]，部屋Bの気体の温度は T_B[K]である。ただし，$T_A > T_B$ であるとする。この状態を初期状態と呼ぶ。なお，気体定数を R[J/(mol·K)]とし，単原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ とする。また，ピストンと支持棒の体積は無視できるものとする。



図

(1) 初期状態における部屋Aの気体および部屋Bの気体の圧力を，L，S，n，R，T_A，T_B のうち必要なものを用いて表せ。

以下の問(2)〜(4)では，ピストンは熱を伝える材料でできており，座標 $x=0$ に固定されているものとする。部屋Aと部屋Bの気体の状態を初期状態にしたのち，十分に時間がたつと，部屋Aと部屋Bの気体の温度は等しくなった。なお，ピストンの熱容量は無視できるものとする。以下の問(2)〜(4)について，L，S，n，R，T_A，T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

(2)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。

(3)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。

(4)　初期状態から部屋 A と部屋 B の気体の温度が等しくなるまでの間に，部屋 A の気体から部屋 B の気体へ移動した熱量の大きさを求めよ。

次に，ピストンを，熱を伝える材料でできたピストンから断熱材でできたピストンに変更した後，部屋 A と部屋 B の気体の状態を初期状態にした。なお，ピストンの熱容量は無視できるものとする。その後，支持棒を手で支えながらピストンを，部屋 A と部屋 B の気体の圧力が等しくなるまで，ゆっくりと動かした。この変化は断熱変化であり，このような断熱変化においては，気体の圧力 p と体積 V の間には，$pV^{\frac{5}{3}}$ = 一定，の関係が成立する。

(5)　圧力が等しくなったときのピストンの x 座標を x_1[m]とすると，x_1 は以下のように表すことができる。

$$x_1 = L\left\{\frac{\left(\boxed{\quad あ \quad}\right)^{\frac{3}{5}} - 1}{\left(\boxed{\quad あ \quad}\right)^{\frac{3}{5}} + 1}\right\}$$

$\boxed{\quad あ \quad}$ に入る最も適切な式を，T_A と T_B を用いて表せ。

次に，ピストンを，熱を伝える材料でできたピストンに変更した後，部屋 A と部屋 B の気体の状態を初期状態にした。支持棒の固定を外し，ピストンが自由に動けるようにしたところ，ピストンは気体からの圧力のみを受けて移動し，十分に時間がたつと，ある x 座標で静止した。このとき，部屋 A と部屋 B の気体の温度および圧力は，それぞれ等しくなった。なお，ピストンの熱容量は無視できるものとする。以下の問(6)〜(8)について，L，S，n，R，T_A，T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

(6)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。

(7)　十分に時間がたった後のピストンの x 座標を求めよ。

(8)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。

次に，部屋 B の気体を n[mol]の単原子分子理想気体から n[mol]の二原子分子理想気体に入れかえた。熱を伝える材料でできたピストンを座標 $x = 0$ に固定し，部屋 A の気体の温度を T_A，部屋 B の気体の温度を T_B にした。その後，支持棒の固定を外し，ピストンが自由に動けるようにしたところ，ピストンは気体からの圧力のみを受けて移動し，十分に時間がたつと，ある x 座標で静止した。このとき，部屋 A と部屋 B の気体の温度および圧力は，それぞれ等しくなった。なお，ピストンの熱容量は無視できるものとする。二原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{5}{2}R$ とし，以下の問(9)〜(11)について，L，S，n，R，T_A，T_B のうち必要なものを用いて答えよ。

(9)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の温度を求めよ。

(10)　十分に時間がたった後のピストンの x 座標を求めよ。

(11)　十分に時間がたった後の部屋 A の気体の圧力を求めよ。