令　和　2　年　度

数　　学

注意事項

1. 問題は4題で，すべて**必答**問題です。
2. 解答はすべて別紙(解答用紙4枚)の該当する欄に記入しなさい。
3. 解答用紙の裏面を使用する場合は，表面の右下に「**裏面に続く**」と記入し，表面の下の部分を持って上にめくり記入しなさい。表面とは書く方向が反対になります。
4. **図**や**グラフ**は解答の中で重要な位置をしめます。その特徴をおさえて，ていねいに描きなさい。
5. 解答者がたどる道筋や問題解決に至る要点を明確に意識して，**論述式**の答案を読みやすく書きなさい。
6. 問題用紙の余白は，下書きや**ミスがないかどうか見直す**のに十分活用しなさい。

1 以下の問いに答えよ。

(1) (a) 加法定理を利用し，等式

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

を証明せよ。

(b) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき，$\sin 2\theta = \sin 3\theta$ を満たす θ を求めよ。

(2) (1)(b)で求めた θ に対して，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(3) 3つの三角比の積 $\sin 6^\circ \sin 54^\circ \sin 66^\circ$ の値を求めよ。

2 k を 2 以上の自然数とする。ここで，表と裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインを 1 枚，先攻，後攻の順で交互に投げることを繰り返し，1 辺の長さが 1 の 1 つの正方形を次のルールを用いて面積が k 以上の長方形になるまで拡張する。

> ルール：コインを投げた結果，表が出たら縦の長さを 2 倍にし，裏が出たら横の長さを 2 増やす。

このルールのもとで，どちらかの番のときに長方形の面積がちょうど k になれば，そのときにコインを投げた方が勝ちとする。また，ちょうど k にならずに k を超えてしまえば両者負けとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $k = 80$ のときに後攻が勝つ確率を求めよ。

(2) $k = 40$ のときに後攻が勝つ確率を求めよ。

(3) 2 以上のどんな自然数 k に対しても，先攻か後攻のどちらかが勝つ確率は 0 ではなくもう片方が勝つ確率が必ず 0 になることを証明せよ。

3 平面上において，中心が$(0,\ 1)$，半径が1の円がx軸上をすべることなくx軸の正の方向に向かって回転するとする。最初，円周上の定点Pは原点Oの位置にある。その位置から円が角θだけ回転したときの点Pの座標を$(x,\ y)$とする。以下の問いに答えよ。

(1) そのときのx軸と円の接点をAとするとき，長さOAを求めよ。

(2) x，yをθで表せ。

(3) θが0から2πまで動くときの点Pが描く曲線Cと，直線$y=\dfrac{1}{2}$で囲まれた部分の面積を求めよ。

4 以下は，A病院，B病院の，ある月の患者の肝臓の機能を表すASTの値のデータ(有効数字は2桁)である。

A病院：30，18，44，38，70，20，50，43，32，19，32，36，64，43，19，30，37，41，33，21
(平均値は36，標準偏差は13.8である。)

B病院：35，24，54，43，42，19，34，46，48，80，30，65，74，63，24
(平均値は45.4，標準偏差は18.1である。)

(上記の標準偏差は小数第2位を四捨五入した値である。)

以下の問いに答えよ。

(1) これら2つのデータの集まりについて，それぞれの四分位数を求め，箱ひげ図を2つが比較できるように並べてかけ。

(2) A病院とB病院の箱ひげ図を比較しその傾向を調べると，その2つの傾向は異なることが分かった。2つの箱ひげ図の傾向が異なると判断できる理由を1つ述べよ。(ここでは医学的知識による解答は求めていない。)

(3) 次の(a), (b)に答えよ。

(a) 2以上の自然数 n に対して，n 個の数値 x_1, x_2, …, x_n からなるデータ X の平均値を $\bar{x}$, 標準偏差を s_x とし，

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

を考える。ただし，$s_x > 0$ とする。このとき n 個の数値 z_1, z_2, …, z_n からなるデータ Z の平均値 $\bar{z}$ と標準偏差 s_z の値を求めよ。

(b) 上記の2病院A，Bのデータに対して，各病院においては，検査に用いる試薬の違いがあり，A病院は18から45，B病院では20から40と，2病院によって基準範囲(この範囲であれば正常と考えられる範囲)が異なることが分かった。

このような，A病院とB病院のASTの値の例のように，データの集め方や基準が異なる2つの集団を1つの集団としてデータの分析を行いたいが，平均値や標準偏差，基準範囲などが異なるデータの集まり2つをそのまま混ぜ合わせて1つの集まりとすることは避け，なるべく意味のある分析を行うための方法を提案せよ。ただし，A病院とB病院のような例においては，2病院の基準範囲が一致することは前提としない。