横浜市立大学

52

【医学科】

数学問題

2020(令和2)年度

【注意事項】

1. 試験時間は120分である。
2. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開いてはいけない。ただし，表紙はあらかじめよく読んでおくこと。
3. この問題冊子の印刷は1ページから4ページまである。
4. 解答用紙は問題冊子中央に4枚はさみこんである。
5. 問題冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明な箇所等があった場合および解答用紙が不足している場合は，手をあげて監督者に申し出ること。
6. 試験開始後，4枚ある解答用紙の所定の欄に，受験番号と氏名を記入すること(1枚につき受験番号は 2箇所，氏名は 1箇所)。
7. 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。解答用紙の裏面に記入してはいけない。
8. 問題番号に対応した解答用紙に解答していない場合は，採点されない場合もあるので注意すること。
9. 解答用紙を切り離したり，持ち帰ってはいけない。
10. 問題冊子の中の白紙部分は下書き等に使用してよい。
11. 試験終了時刻まで退室を認めない。試験中の気分不快やトイレ等，やむを得ない場合には，手をあげて監督者を呼び，指示に従うこと。
12. 試験終了後は問題冊子を持ち帰ること。

〔I〕以下の問いに答えなさい。ただし, 解答のみを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 方程式

$$x^4-8x^3+17x^2-8x+1=0$$

を解きなさい。

(2) $\vec{a}, \vec{b}$ を平面上のベクトルとします。$3\vec{a}+2\vec{b}$ と $2\vec{a}-3\vec{b}$ がともに単位ベクトルであるとき, ベクトル $\vec{a}+\vec{b}$ の大きさ $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ の最大値を求めなさい。

(3) 座標平面上で運動する点が, x 座標か y 座標の少なくとも一方は整数である点のみを通って, 原点 $(0, 0)$ から点 $(6, 4)$ まで最短の道のりで移動することを考えます。ただし, 点 $(4, 2)$ は通らないこととします。このとき, 移動する道順は何通りあるか求めなさい。

(4) 2つの袋 A, B それぞれに, 赤玉1個, 白玉3個の合計4個ずつの玉が入っています。袋 A と 袋 B から同時に, 無作為に1つずつの玉を取り出し, それらの玉を交換して袋に戻すことを繰り返します。 n を自然数とするとき, n 回目の交換の後, 袋 A の中に赤玉がちょうど1個入っている確率を n を用いて表しなさい。

〔Ⅱ〕以下の問いに答えなさい。

(1)

$$\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$$

の値を求めなさい。

(2) $\sqrt{2}$ が無理数であることを証明しなさい。

(3) x^y の値が有理数になる無理数の組 (x, y) が存在することを証明しなさい。

〔Ⅲ〕正五角形 ABCDE の外接円の中心を O とします。また, 線分 AC と 線分 BE の交点を M とします。このとき, 以下の問いに答えなさい。

(1) $\mathrm{BC} = \mathrm{MC}$ であることを証明しなさい。

(2) $\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$ の値を求めなさい。

(3) $\cos\dfrac{3\pi}{5}$ の値を求めなさい。

(4) $\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{OA}}$ の値を求めなさい。

(5) $\cos\dfrac{\pi}{5}$ の値を求めなさい。

〔IV〕以下の問いに答えなさい。

(1) n を 2 以上の自然数とするとき, 関数 $\dfrac{\cos x}{\sin^n x}$ の導関数を求めなさい。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{dx}{\sin x}$ を求めなさい。

(3) n を 3 以上の自然数とするとき, 部分積分法を用いて

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^n x}dx = \frac{1}{1-n}\left(\frac{\cos x}{\sin^{n-1} x} + \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}\right)$$

が成り立つことを証明しなさい。

(4) 定積分 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x}dx$ の値を求めなさい。