東京医科歯科大学

令和２(2020)年度入学者選抜個別(第２次)学力検査問題

理　　科

注　意　事　項

1. 監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は，全部で30ページあり，第１～３ページは下書用紙です。下書用紙は切り離してはいけません。
3. 解答用紙は，問題冊子と別に印刷されているので，誤らないように注意しなさい。
4. 解答は，必ず解答用紙の指定された欄内に記入しなさい。点線より右側には何も記入しないこと。
5. **入学志願票に選択を記載した２科目について解答しなさい。**選択していない科目について解答しても無効です。
6. 各解答用紙には，受験番号欄が２か所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
7. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，机上に置き，持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
8. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

物　　　理

（注）　**医学科，歯学科および保健衛生学科（検査技術学専攻）の受験生は全ての問題を解答せよ。**

1　振り子の運動に関する以下の問いに答えよ。重力加速度を g とし，小球の大きさや糸の質量は無視してよい。また，振り子は図1の紙面内で運動し，糸がたるむことは無いものとする。

問 1　図1のように，質量 m_1 の小球1と長さ L の糸からなる振り子1を，天井に固定された点Aから吊るす。鉛直線と糸のなす角度を θ_1 とする。ただし小球1が鉛直線の右側にある場合を $\theta_1 > 0$ とし，$-\pi/2 < \theta_1 < \pi/2$ とする。小球1を $\theta_1 = \alpha$ となる位置に静止させ，時刻 $t = 0$ にそっと手を離すと小球1は振動を始めた。ただし α は $0 < \alpha < \pi/2$ の範囲にある正の定数である。

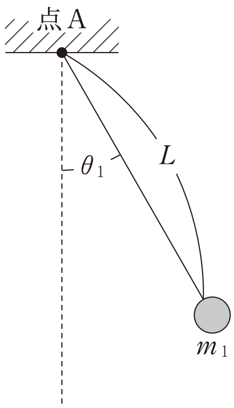

図1

⑴　角度が θ_1 の時の小球1の速さを求めよ。ただし $|\theta_1| \leqq \alpha$ である。

⑵　角度が θ_1 の時の糸の張力を求めよ。

⑶　糸の張力を時刻 t の関数としてグラフにする。その大まかな形を示せ。ただし，小球1の振動周期を T として，t の範囲は $0 \leqq t \leqq T$ とする。また，関数を数式で示す必要はない。

⑷　一般に，振動周期 T は $t = 0$ における角度 α に依存する。$\alpha \to 0$ での T の極限値 T_0 を答えよ。

⑸　⑷の T_0 と，$\alpha = \pi/3$ としたときの振動周期 $T_{\pi/3}$ では，どちらが大きいか。等号あるいは不等号を用いて答えよ。その理由も記すこと。必要であれば，$-\pi/2 < x < \pi/2$ の範囲で $|\sin x| \leqq |x|$ であることを用いてよい。

問 2　図 2 のように，質量 m_2 の小球 2 と長さ L の糸から成る振り子 2 を，振り子 1 と同じ点 A から吊るす。鉛直線と振り子 2 の糸のなす角度を θ_2 とする。ただし小球 2 も鉛直線の右側にある場合を $\theta_2 > 0$ とし，$-\pi/2 < \theta_2 < \pi/2$ とする。小球 1 および 2 が最下点に静止している状態 ($\theta_1 = \theta_2 = 0$) から，小球 1 のみを $\theta_1 = \beta$ の位置まで持ち上げて静止させ，時刻 $t = 0$ にそっと手を離すと，2 つの小球は最下点にて衝突を繰り返す。ただし β は微小な正の定数である。以下では，角度 θ_1，θ_2 は常に十分に小さく，振り子の等時性が成り立つものとする。

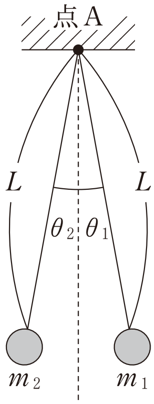

図 2

(1)　最初の衝突の直前の，小球 1 の速さ V を求めよ。

以下の問題では，小球が右向きに動いている場合の速度を正とする。n 回目の衝突直後の小球 1，2 の速度を $v_1(n)$，$v_2(n)$ で表す。ただし n は自然数である。

まず，弾性衝突の場合を考えよう。

(2) $v_1(1)/V$ を求めよ。

(3) $v_1(2)/V$ を求めよ。

(4) 小球1が小球2に比べてはるかに重い極限を考える。θ_1 および θ_2 の動く範囲を，β を用いた不等式で表せ(例：$-10\beta \leqq \theta_1 \leqq 10\beta$)。

次に，非弾性衝突の場合を考えよう。跳ね返り係数を e とする($0 < e < 1$)。

(5) $v_1(1)/V$ を求めよ。

(6) $v_1(n) - v_2(n)$ を V，e，n を用いて表せ。

(7) $v_1(n)/V$ を求めよ。

（注）　**医学科の受験生は問 1 から問 2 ⑸までを，歯学科および保健衛生学科（検査技術学専攻）の受験生は問 1 から問 2 ⑶までを解答せよ。**

2　電気回路に関する以下の問題に解答せよ。

問 1　図 1 のように，1 巻きの長方形コイル abcd を $+x$ 方向の一様な磁場（磁束密度 B）中に置き，y 軸方向を回転軸として矢印のように一定の角速度 ω_c（$\omega_c > 0$）で回転させた。コイルの辺の長さは $\mathrm{ab} = l_1$，$\mathrm{bc} = l_2$ である。また，辺 ab，cd と回転軸の間の距離はどちらも $l_2/2$ である。コイルの両端はそれぞれリング状の電極 e，f を通して抵抗値 R の抵抗に接続されている。誘導電流は a → b → c → d の向きを正とし，誘導起電力は a → b → c → d に電流を流そうとする向きを正とする。また，図 2 のようにコイルの面の法線が磁場の向きとなす回転角を α とする。時刻 $t = 0$ のとき，コイルの回転角は $\alpha = 0$ であり，コイルを貫く磁束の向きは正であった。コイルの自己インダクタンスおよびコイルの抵抗は無視できるとする。以下の問題に答えよ。

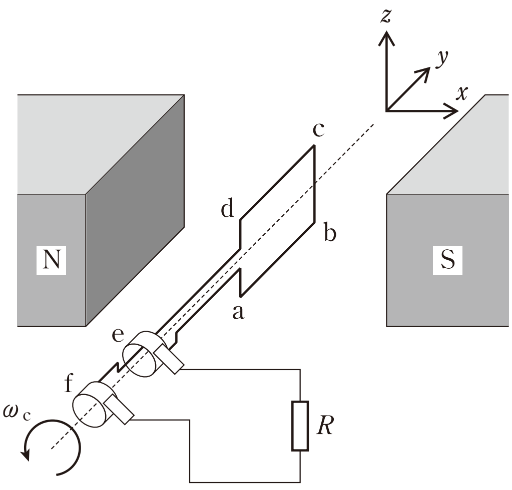

図 1

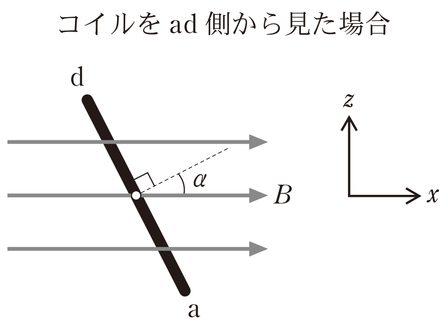

図 2

◇M3（233—25）

(1) 回転するコイルの辺abの速さを求めよ。l_1，l_2，ω_c の中から必要なものを使って答えよ。

(2) 時刻 t においてコイルの辺ab，bcのそれぞれに生じる誘導起電力を求めよ。B，l_1，l_2，ω_c，t の中から必要なものを使って答えよ。

(3) 時刻 t においてコイルを貫く磁束 Φ を求めよ。B，l_1，l_2，ω_c，t の中から必要なものを使って答えよ。

(4) 時刻 t から $t+\Delta t$ の間にコイルを貫く磁束の変化量 $\Delta\Phi$ は $\Delta\Phi=\Phi(t+\Delta t)-\Phi(t)$ と書ける。$\omega\Delta t$ の大きさが十分小さいときには $\Delta\Phi=A\Delta t$ と近似できることを加法定理を使って導出せよ。また，A の値を B，l_1，l_2，ω_c，t の中から必要なものを使って答えよ。必要であれば，θ の大きさが十分小さいときに成り立つ三角関数の近似式 $\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$ を用いてよい。

(5) 時刻 t にコイルで生じる誘導起電力を求めよ。B，l_1，l_2，ω_c，t の中から必要なものを使って答えよ。

(6) 抵抗 R を流れる電流の実効値を求めよ。B，l_1，l_2，ω_c，t，R の中から必要なものを使って答えよ。

(7) 時刻 t に抵抗 R で消費される電力 P を求めよ。B，l_1，l_2，ω_c，t，R の中から必要なものを使って答えよ。また P の時間変化を $0 \leqq t \leqq 2\pi/\omega_c$ の範囲でグラフに図示せよ。

問 2　図 3 のように抵抗値 R の抵抗，電気容量 C のコンデンサ，自己インダクタンス L のコイル，交流電源で構成された回路がある。交流電源の角周波数 ω （$\omega > 0$）は変化させることができる。時刻 t において回路に流れる電流は，図の矢印の向きを正として $I = I_0 \sin \omega t$ と表される。交流電源の電圧は，電流との位相差を β として $V = V_0 \sin(\omega t + \beta)$ のように書かれる。本問題では電源のスイッチを入れてから十分に時間が経過した状況を扱う。以下の問題に答えよ。

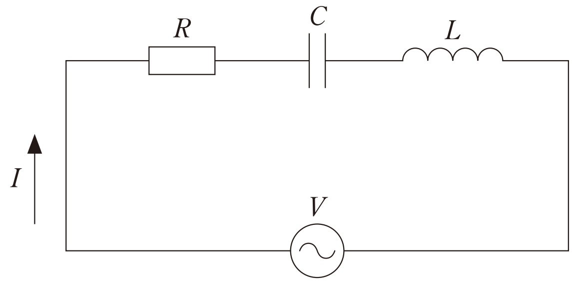

図 3

⑴　抵抗，コンデンサ，コイルのそれぞれに加わる電圧を求めよ。R，C，L，I_0，ω，t の中から必要なものを使って答えよ。

⑵　回路に流れる電流の振幅 I_0 と $\tan \beta$ を求めよ。R，C，L，V_0，ω の中から必要なものを使って答えよ。必要があれば三角関数の公式 $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \sigma)$ を使って良い。ただし，σ は $\tan \sigma = \dfrac{b}{a}$ （$-\pi/2 < \sigma < \pi/2$）によって決まる角度である。

⑶　電流の振幅 I_0 が最大となる角周波数の値 ω_0 と，そのときの I_0 の最大値を求めよ。R，C，L，V_0 の中から必要なものを使って答えよ。

⑷　電流の振幅 I_0 を角周波数 ω の関数としてグラフに概形を図示せよ。その際グラフ中に，(i) ω が十分大きい場合と，(ii) ω が十分小さい場合の漸近式 $I_0(\omega)$ を示せ。R，C，L，V_0，ω の中から必要なものを使って答えよ。

⑸　角周波数 ω が ω_1 および ω_2 （$\omega_2 > \omega_1$）のとき，I_0 は最大値の $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 倍となった。$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ の値を求めよ。R，C，L，V_0 の中から必要なものを使って答えよ。