山梨大学

数　　学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の６枚すべてに記入してください。**
   - 問題　１枚
   - 答案用紙　（数学その１）〜（数学その６）　各１枚　計６枚
   - 計算用紙　（その１）〜（その３）　各１枚　計３枚

   （**この「注意事項」は「計算用紙（その３）」のうら面に印刷されています。**）
3. 「問題」１枚と「答案用紙」６枚および「計算用紙」３枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。(数学その１）および（数学その２）では，おもて面に解答し,(数学その３）〜（数学その６）では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」１枚および「計算用紙」３枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後，**「答案用紙」６枚はすべて回収します。**上から（数学その１),(数学その２)，･･･,(数学その６）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて６枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

令和2年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{キ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) x^{2020} を x^2-x+1 で割った余りは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $\sqrt{2020}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。$\dfrac{a-2}{2b}$ の整数部分は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\log\frac{(n+1)(n+3)}{(n+2)^2}=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 媒介変数 t で表された曲線 $x=t^2-1,\ y=t^3-t$ 上の点 $(1,\sqrt{2})$ における接線の方程式は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(5) 放物線 $y^2+3y-5x+1=0$ の焦点の座標は $\boxed{\text{オ}}$ であり，準線の方程式は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(6) 座標空間において，3 点 $\mathrm{A}(1,1,0),\ \mathrm{B}(-2,1,2),\ \mathrm{C}(2,0,1)$ を通る平面を α とする。原点 $\mathrm{O}(0,0,0)$ から α に垂線を引き，α との交点を H とする。点 H の座標は $\boxed{\text{キ}}$ である。

2 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ク}}$ から $\boxed{\text{サ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 複素数平面上で，方程式 $z^4=-8+8\sqrt{3}\,i$ の解を頂点とする四角形を S とする。また，複素数 α に対し方程式 $|z-\alpha|=1$ を満たす点 z 全体を $C(\alpha)$ とする。α が S の内部と周を動くとき，$C(\alpha)$ が通過する領域の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) 自然数 k と正の実数 t に対し $f_{k,t}(x)=x^ke^{-\frac{x}{t}},\ g_{k,t}(x)=\dfrac{x^{k+1}}{t^2}e^{-\frac{x}{t}}$ とおく。また，正の実数 M について

$$S_{k,t}(M)=\int_{\frac{1}{M}}^{M}f_{k,t}(x)dx,\quad I_{k,t}(M)=\int_{\frac{1}{M}}^{M}\frac{\{g_{k,t}(x)\}^2}{f_{k,t}(x)}dx$$

とおくとき，$\displaystyle\lim_{M\to\infty}S_{3,2}(M)=$ $\boxed{\text{ケ}}$ であり，$\displaystyle\lim_{M\to\infty}I_{3,2}(M)=$ $\boxed{\text{コ}}$ である。ただし，自然数 k に対し $\displaystyle\lim_{x\to\infty}e^{-x}x^k=0$ である。

(3) $(1+\tan 20^\circ)(1+\tan 21^\circ)(1+\tan 22^\circ)(1+\tan 23^\circ)(1+\tan 24^\circ)(1+\tan 25^\circ)=$ $\boxed{\text{サ}}$ である。

3 下の表は，あるクラス 30 人が受けたテストの結果である。例えば，得点が 50 点の者は 5 人いる。クラス 30 人から n 人を選び，その得点の平均値を $M(n)$ とするとき，$M(n)\geqq 74$ となる確率を $p(n)$ とする。このとき，$p(2)$ および $p(3)$ を求めよ。

得点	50	60	70	80	90	計
人数	5	5	10	5	5	30

4 a を実数とする。方程式 $x^2-2ax-|x|+a^2=0$ が，$-1<x<4$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

5 a,b を実数とし，$a>0$ とする。$f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-ax-b}}$ のとき，以下の問いに答えよ。

(1) $y=f(x)$ の増減，凹凸を調べ，変曲点および漸近線を求めよ。

(2) 任意の実数 c に対して，等式 $\displaystyle\int_{-c-\frac{2b}{a}}^{c}f(x)dx=c+\frac{b}{a}$ が成り立つことを示せ。

6 n を 2 以上の自然数とする。n 進法で表された整数の列

$$x_0=0_{(n)},\quad x_1=1_{(n)},\quad x_2=11_{(n)},\quad x_3=111_{(n)},\quad \cdots\quad,\quad x_k=\underbrace{111\cdots1}_{k\text{ 個}}{}_{(n)},\quad \cdots$$

を考える。$x_k\ (k\geqq 1)$ は n 進法で k 桁の数である。以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 a,b に対して，x_a を x_b で割った余りは $x_0,\ x_1,\cdots,x_{b-1}$ のいずれかであることを証明せよ。

(2) x_{3811} と x_{1073} の最大公約数を求めよ。