令和 2 年度入学者選抜試験問題

人文社会科学部人文社会科学科（総合法律コース，
地域公共政策コース，経済・マネジメントコース）
理学部理学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　この問題冊子の本文は**1ページ**から**6ページ**までです．

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください．

4　監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください．
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります．

5　**人文社会科学部受験者**は，**第1問**，**第2問**，**第3問**の**3問**を解答してください．
理学部受験者は，**第1問**，**第3問**，**第4問**，**第5問**の**4問**を解答してください．
医学部受験者は，**第1問**，**第3問**，**第5問**，**第6問**の**4問**を解答してください．
農学部受験者は，**第1問**，**第2問**，**第3問**，**第4問**の**4問**を解答してください．

6　解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください．

7　定規は，使用してもかまいません．

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください．

第１問

座標平面上の点 P は，原点 $(0,\ 0)$ から出発し，1 枚の硬貨を投げて表が出れば x 軸の正の方向に 1 だけ進み，裏が出れば y 軸の正の方向に 1 だけ進む．このとき，次の問に答えよ．

(1) 硬貨を 3 回投げたとき，点 P が点 $(3,\ 0)$ にある確率を求めよ．

(2) 硬貨を 10 回投げたとき，点 P が点 $(7,\ 3)$ にある確率を求めよ．

(3) 硬貨を 10 回投げたとき，点 P が点 $(3,\ 1)$ を通って，点 $(5,\ 5)$ にある確率を求めよ．

(4) 硬貨を 10 回投げたとき，点 P が点 $(3,\ 3)$ を通らずに，点 $(6,\ 4)$ にある確率を求めよ．

(5) 点 P が点 $(2,\ 2)$ に到達したら点 P は原点に戻るものとして，次の問に答えよ．

(i) 硬貨を 10 回投げたとき，点 P の x 座標が 6 以上となる確率を求めよ．

(ii) 硬貨を 10 回投げたとき，点 P が点 $(5,\ 5)$ にあったという条件のもとで，点 P が点 $(3,\ 4)$ を通っていた条件付き確率を求めよ．

第２問

点 R$(0,\ 5)$ を中心とする円 $x^2+(y-5)^2=9$ を C，放物線 $y=ax^2$ を D とする．ただし，$a>0$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 円 C 上の点 $(2\sqrt{2},\ 6)$ における C の接線の方程式を求めよ．

(2) $a=2$ とし，放物線 D 上の点 P における D の接線を l とする．ただし，点 P は第 1 象限にあるとする．放物線 D と直線 l，および y 軸とで囲まれた図形の面積が $\dfrac{9}{4}$ であるとき，点 P の座標を求めよ．

(3) 円 C と放物線 D が共有点をちょうど 2 個もつとき，a の値を求めよ．

(4) 円 C と放物線 D が異なる 4 個の共有点をもつとし，P$(s,\ t)$, Q$(-s,\ t)$ をそのうちの 2 点とする．また，点 P, Q は $\angle \mathrm{PRQ}=90^\circ$, $s>0$, $t<5$ を満たすとする．このとき，次の問に答えよ．

　(i) s, t, および a の値を求めよ．

　(ii) 円 C の $y \leqq t$ の部分と放物線 D で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

第３問

平面上の $\triangle\mathrm{ABC}$ とその内部の点 P が，

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}+2\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0},\quad |\overrightarrow{\mathrm{PB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|=1$$

を満たすとする．また，$k=|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) k^2 を内積 $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ を用いて表せ．

(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を k を用いて表せ．

(3) 直線 PA と線分 BC の交点を D とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{PD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ を用いて表せ．

(4) 線分 AB の垂直二等分線と線分 AC の交点を E とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{PE}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ を用いて表せ．

(5) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を k を用いて表せ．

第４問

第３項が５，第７項が 13 である等差数列を $\{a_n\}$ とし，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする．また，

$$b_1 = 19, \qquad b_{n+1} = b_n - 2^{n-1} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められた数列を $\{b_n\}$ とし，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする．このとき，次の問に答えよ．

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項と S_n を求めよ．

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項と T_n を求めよ．

(3)　$U_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ を求めよ．

(4)　$V_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} |a_k b_k|$ を求めよ．

第５問

2 つの関数 $f(x)=\cos^2 x$，$g(x)=1-\sin x$ について，次の問に答えよ．

(1) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，方程式 $f(x)=g(x)$ を満たす x の値をすべて求めよ．

(2) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，方程式 $f'(x)=g'(x)$ を満たす x の値をすべて求めよ．

(3) 不定積分 $\displaystyle\int \sin^2 x\,dx$ を求めよ．

(4) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲において，2 曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ で囲まれた図形を D とする．

(i) 図形 D の面積を求めよ．

(ii) $0<t<\pi$ とする．図形 D の，直線 $x=t$ と直線 $x=t+\pi$ の間にはさまれた部分の面積を $S(t)$ とするとき，関数 $h(t)=S(t)-\dfrac{t}{2}$ の極値をすべて求めよ．また，そのときの t の値を求めよ．

第６問

原点を O とする座標平面において，楕円 $x^2+4y^2=1$ を C_1 とし，放物線 $x^2=2y$ を C_2 とする．点 P $\left(s,\ \dfrac{1}{2}s^2\right)$ を放物線 C_2 上を動く点とし，点 P における放物線 C_2 の接線 l_1 は楕円 C_1 と異なる 2 点 A, B で交わるとする．ただし，$s>0$ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) s の値の範囲を求めよ．

(2) 線分 AB の中点を D とする．点 D の座標を s を用いて表せ．

(3) 点 P を通り x 軸に垂直な直線を l_2 とし，直線 l_2 と直線 OD の交点を E とする．点 E の座標を s を用いて表せ．

(4) 直線 l_1 と y 軸の交点を F とし，x 軸に関して点 E と対称な点を E$'$ とする．このとき，直線 FE$'$ の傾き k の最小値およびそのときの s の値を求めよ．

(5) 点 $\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ を G とする．△PFG の面積を S_1 とし，△PDE の面積を S_2 とする．このとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の最大値およびそのときの s の値を求めよ．