

理学部・医学部・薬学部・工学部・都市デザイン学部試験問題

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際、解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰って下さい。

実施年月日
2. 2. 25
富山大学

1 座標空間の2点 $A(-1, 0, 2)$, $P(0, \sin \theta, \cos \theta)$ を通る直線と xy 平面との交点を $Q(X, Y, 0)$ とおく。 θ が $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき、 xy 平面上で点 Q がえがく曲線を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) X , Y をそれぞれ θ を用いて表せ。
- (2) Y^2 を X の式で表せ。
- (3) 曲線 C の概形を xy 平面上にかけ。
- (4) xy 平面上で曲線 C と x 軸によって囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ。

(解答用紙は、1 を使用せよ)

理・医・薬・工・都 1

2 次の問いに答えよ。

(1) 不等式

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。ただし、 a 、 b 、 c は実数とする。

(2) 不等式

$$\frac{a^5 - a^2}{a^4 + b + c} \geq \frac{a^3 - 1}{a(a + b + c)}$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。ただし、 a 、 b 、 c は正の実数とする。

(3) 不等式

$$\frac{a^5 - a^2}{a^4 + b + c} + \frac{b^5 - b^2}{b^4 + c + a} + \frac{c^5 - c^2}{c^4 + a + b} \geq 0$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。ただし、 a 、 b 、 c は $abc \geq 1$ を満たす正の実数とする。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

理・医・薬・工・都 2

3 関数 $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$ を $x > 0$ において以下のように定義する。

$$g_1(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \frac{1}{t} \log\left(\frac{x}{t}\right) dt, \quad g_2(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} f(t) dt, \quad g_3(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x^2} \frac{1}{t} f\left(\frac{x}{t}\right) dt$$

ただし、 $f(x)$ は連続な関数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $g_1'(x)$ を求めよ。

(2) $g_2'(x)$ を $f(x^2)$ と $f\left(\frac{1}{x}\right)$ を用いた式で表せ。

(3) $g_3'(x)$ を $f(x^2)$ と $f\left(\frac{1}{x}\right)$ を用いた式で表せ。

(4) $x > 1$ において、 $g_2'(x) > 0$ かつ $g_3'(x) < 0$ が成り立つとする。

(ア) $x > 1$ において、 $f(x^2) > 0$ であることを示せ。

(イ) 方程式 $f(x) = 0$ の $x > 0$ における解を求めよ。

(解答用紙は、3 を使用せよ)

理・医・薬・工・都 3