奈良県立医科大学 前期

令 和 2 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

（9時 ～ 12時）

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教 科	科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ～ 10	2 枚	数学，英語は必須解答とする． 理科は左の3科目のうちから1科目を選択せよ．
英 語	英 語	11 ～ 14	3 枚	
理 科	化 学	15 ～ 28	2 枚	
	生 物	29 ～ 46	2 枚	
	物 理	47 ～ 54	1 枚	

3. 監督者の指示に従って，選択しない理科科目を含む全解答用紙（10 枚）に受験番号と選択科目（理科のみ）を記入せよ．
   ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ．
   ② 理科は選択科目記入欄に選択する1科目を○印で示せ．
   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は答案全部を無効とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない．
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない．問題冊子は持ち帰ってよい．

令和２年度奈良県立医科大学医学部医学科一般選抜（前期日程）試験
数学入試問題「出題の意図」

＊　『出題の意図』についての質問・照会には一切回答しません。

[大問 1] 通常の１０進数表示された数を n 進数(ただしnは非零整数であり負の整数も許す）表示で表す問題を題材として、‘整数の除法の原理’という基本原理の習熟度を問うている。

[大問 2] ２つの円の共通接線に関する問題であり、平面図形を正しく認識して題意をとらえる能力、初等幾何学の基礎学力をみることを目的とする。最後は発展レベルの問題である。

[大問 3] 交叉する２直線を与えて、その交点を法線ベクトルでもって表示させる問題であり、ベクトルの基礎学力（内積）の習熟度を問う。

[大問 4] カードを素材として, 確率の基礎事項の理解度を問うとともに、後半では起こりうる事象を重複なく数え上げる論理的思考力および応用力を問う。

[大問 5] 実数全体で定義された非負連続関数 f(x)で、ある一次不等式をみたすものが狭義単調増加であることを示す問題である。関数不等式を正しく処理する能力、および発展的な論証能力をみる。

備考：試験実施中における主な訂正・補足等

大問[2]　問(3)「長さが等しいとき」の後に「rをRを用いて表すと,」を補足

数 学

【1】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ．

(1) n を 2 以上の整数とする． この問題において n 進数とは，0 以上 n 未満の整数 $a_{d-1}, a_{d-2}, \ldots, a_0$（ただし $a_{d-1} \neq 0$）を並べた列 $a_{d-1}a_{d-2}\cdots a_0$ のこととする．これは整数 $a_{d-1}n^{d-1} + a_{d-2}n^{d-2} + \cdots + a_0 n^0$ と対応しており，任意の正整数と対応する n 進数がただ一つ存在することが知られている．例えば

$$4 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 1 \times 5^0 = 516$$

なので，5 進数の 4031 は整数 516 に対応する．6 進数の 123 は整数の $\boxed{\text{ア}}$ に対応し，整数 2020 は 7 進数の $\boxed{\text{イ}}$ に対応する．

(2) n を 2 以上の整数とする． この問題において $(-n)$ 進数とは 0 以上 n 未満の整数 $a_{d-1}, a_{d-2}, \ldots, a_0$（ただし $a_{d-1} \neq 0$）を並べた列 $a_{d-1}a_{d-2}\cdots a_0$ のこととする．これは整数 $a_{d-1}(-n)^{d-1} + a_{d-2}(-n)^{d-2} + \cdots + a_0(-n)^0$ と対応しており，0 でない任意の整数と対応する $(-n)$ 進数がただ一つ存在することが知られている．例えば

$$1 \times (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 + 1 \times (-4)^1 + 2 \times (-4)^0 = -18$$

なので，(-4) 進数の 1312 は整数 -18 に対応する．(-5) 進数の 1234 は整数の $\boxed{\text{ウ}}$ に対応し，整数 -2020 は (-7) 進数の $\boxed{\text{エ}}$ に対応する．

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ.

点Aを中心とする半径 R の円 C_A の内部に点Bをおく. 点AとBの距離を $r\,(< R)$ としたとき, 点Bを中心とする半径 r の円 C_B を考える.

(1) 円 C_A と C_B の共通接線が2つ存在するための必要十分条件は, r と R の間に関係式 $\boxed{\text{ア}}$ が成立することである.

以下の設問では, 関係式 $\boxed{\text{ア}}$ が成立し, 円 C_A と C_B に2つの共通接線 l と l' が存在するとする.

(2) 接線 l と l' の交点Pと点Aの距離は $\boxed{\text{イ}}$ である.

(3) 円 C_A と接線 l の接点をQとする. 線分AQとBQの長さが等しいとき, $r = \boxed{\text{ウ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【3】 平面上の三角形OABに対して，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とし，それぞれの大きさを $|\vec{a}|=a$, $|\vec{b}|=b$ とする．ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を $\vec{a}\cdot\vec{b}=c$ と表す．定数 α,β に対し，$\vec{a}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\alpha$ を満たす平面上の点Xの集合 l と，$\vec{b}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OY}}=\beta$ を満たす平面上の点Yの集合 m との共通点を考えよう．

次の（ア）には適切な数を，（イ）から（カ）には a,b,c,α,β で表された数式を入れて文章を完成させよ．

集合 l は直線をなす．直線 l 上の1点をP，直線 l に平行な単位ベクトルを $\vec{l}$ とすると，l 上の点Xは媒介変数 t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+t\vec{l}$ と書ける．このとき $\vec{a}\cdot\vec{l}=\boxed{\text{ア}}$ である．これから，$\vec{l}=\pm\left(\boxed{\text{イ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{ウ}}\,\vec{b}\right)$ となる．また点Pとして直線OAと直線 l の交点をとると，$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\boxed{\text{エ}}\,\vec{a}+t\vec{l}$ と書ける．直線 l と m の共通点をZとすると $\overrightarrow{\mathrm{OZ}}=\boxed{\text{オ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{カ}}\,\vec{b}$ である．

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ.

プレイヤーA,Bがそれぞれ箱を持っており，どちらの箱にも1からnの整数が書かれたカードが各1枚，合計n枚のカードが入っている．1回のゲームでは，AとBはそれぞれ自分の箱から1枚のカードを無作為に選んで取り出し，カードの数字を比べる．数字が大きいカードを出した方が勝ち，小さいカードを出した方は負けで，カードの数字が同じ場合は引き分けとする．取り出したカードは箱に戻さず，箱の中のカードがなくなるまでn回のゲームを行う．m回目$(1 \leqq m \leqq n)$に取り出したカードによるゲームを第mゲームと呼び，第mゲームにおけるAのカードの数字をa_m，Bのカードの数字をb_mとする．

(1) $n=3$とする．3回のゲームすべてが引き分けとなる確率は $\boxed{\text{ア}}$ である．また3回のゲームが終わった時点で，Aが勝ったゲーム数とBが勝ったゲーム数が0も含めて同数となる確率は $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) $n=3$とする．第1ゲームではAが勝ったとき，第2ゲームでAが勝つ確率は $\boxed{\text{ウ}}$ で，Bが勝つ確率は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) nを3以上の整数とする．第1ゲームでAが勝つ確率は $\boxed{\text{オ}}$ である．以下では$a_1=k$および$b_1=l$ $(k>l)$であったとする．第2ゲームで$a_2 \neq l$かつ$b_2 \neq k$となり，かつAが勝つ確率は $\boxed{\text{カ}}$ である．また，第2ゲームで$a_2=l$または$b_2=k$の少なくとも一方が成り立ち，かつAが勝つ確率は $\boxed{\text{キ}}$ である．

－余白（計算用紙）－

【5】 実数全体で定義された連続関数 $f(x)$ が以下の 2 条件をみたしているとする.

- 条件 (i) : 任意の x に対して $f(x) \geqq 0$
- 条件 (ii) : 任意の $x \neq 0$ と任意の $\alpha > 1$ に対して $f(\alpha x) > \alpha f(x)$

(1) 条件 (ii) を用いて, 任意の β $(0 < \beta < 1)$ に対して $\beta f(1) > f(\beta)$ となることを示せ.

(2) $f(0)$ の値を求めよ.

(3) $x > y > 0$ に対し $f(x) > f(y)$ が成り立つことを示せ.

－余白（計算用紙）－