

# 名古屋市立大学

令和 2 年度・入学試験問題

## 数 学 (医)

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。  
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、求める手順をわかりやすく説明すること。

1. 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  が

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{2 - \frac{2}{9^n}} a_n - \frac{\sqrt{2}}{3^n} b_n$$

$$b_1 = 0, \quad b_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{3^n} a_n + \sqrt{2 - \frac{2}{9^n}} b_n$$

により定められている。複素数  $z_n$  を

$$z_n = a_n + b_n i$$

で定める。ただし、 $i$  は虚数単位とする。また、複素数平面上で  $0, z_n, z_{n+1}$  を頂点とする三角形の面積を  $T_n$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $\left| \frac{z_{n+1}}{z_n} \right|$  を求めよ。

(2)  $\theta_n = \arg \frac{z_{n+1}}{z_n}$  とするとき、 $\sin \theta_n$  を求めよ。

(3) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} T_n$  の和を求めよ。

2. 3枚の硬貨を同時に投げる試行を繰り返し、次のように得点を決めていく。ただし、得点は負の値をとってもよい。

- ① 3枚とも表が出たとき、1点を加点する。
- ② 3枚とも裏が出たとき、1点を減点する。
- ③ ①と②以外ときは、得点を変更しない。
- ④ 0点から開始する。

試行を  $n$  回繰り返した後の得点が3の倍数である確率を  $P_n$  とする。

(1)  $P_n$  を求めよ。

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$  を求めよ。

3. 四面体 OABC において、 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle BOC = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle COA = \frac{\pi}{2}$  である。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とし、 $|\vec{a}| = \alpha$ ,  $|\vec{b}| = \beta$ ,  $|\vec{c}| = \gamma$  とする。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線を OH とする。

$\overrightarrow{OH}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を用いて表せ。

(2)  $\triangle ABC$  の面積を  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を用いて表せ。

4. 座標平面上において、点 A は直線  $y = \frac{3}{2}$  上を、点 B は  $y$  軸上を、線分 AB の長さが常に  $2\sqrt{2}$  となるように、それぞれ動くものとする。また、線分 AB を 3 : 1 に内分する点 P が描く曲線を  $C$  とする。次の問いに答えよ。

(1) 曲線  $C$  の方程式を求めよ。

(2) 曲線  $C$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。