

# 信州大学

前期日程

2020年度入学試験問題

## 数 学

### 注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

### 解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
理学部	数学科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	2, 3, 4, 5 の4問

**1**

以下の問いに答えよ。

- (1) 不等式  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{27}\right)^x$  を解け。
- (2)  $2020^{10}$  を 7 で割ったときの余りを求めよ。
- (3) 関数  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 12$  に対し、曲線  $y = f(x)$  と、曲線上の点  $(2, 6)$  における接線とで囲まれた部分の面積を求めよ。

2

実数  $k, a, b, c$  に対し,  $x$  についての方程式

$$x^3 - (2a + c)x^2 + (4a - 4b + 2c + 1)x - \frac{k^2}{2} = 0$$

を考える。ただし,  $k \geq 0$  かつ  $b \neq 0$  とする。この方程式が  $x = 2, x = a + bi$  を解にもつとき,  $k$  がとりうる値の範囲を求めよ。ここで,  $i$  は虚数単位である。

3

座標空間の原点を  $O$  とし, 2 点  $A(1, -2, 2)$ ,  $B(4, -2, 5)$  をとる。点  $A$  を通り  $\overrightarrow{OA}$  に垂直な平面を  $\alpha$  とする。

- (1) 平面  $\alpha$  に関し, 点  $B$  と対称な点  $C$  の座標を求めよ。
- (2)  $\triangle OBC$  の面積を求めよ。

**4**変量  $a$  のデータの値が

$$a_k = \cos(2k\theta) \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

であるとする。ただし、 $0 < \theta < \pi$  である。(1) データの平均値  $\bar{a}$  は

$$\bar{a} = \frac{1}{2n \sin \theta} \{ \sin(2n\theta + \theta) - \sin \theta \}$$

で与えられることを示せ。

(2)  $n = 10$ ,  $\theta = \frac{\pi}{20}$  のとき, データの標準偏差  $s$  を求めよ。

**5**

2つの関数

$$f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 + 3\sqrt{2} - 2$$

$$g(x) = \sqrt{3}(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2})$$

を考える。放物線  $y = f(x) + g(x)$  を  $C_1$  とし、円  $x^2 + y^2 = 4$  の  $y > 0$  の部分を  $C_2$  とする。

- (1) 放物線  $y = f(x)$  と  $C_2$  の共有点の座標を求めよ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  とで囲まれた部分の面積を求めよ。

6  $a > -3$  とする。関数  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+1}$  の閉区間  $[-3, a]$  における最大値と最小値の差が  $\frac{11}{5}$  であるとき、 $a$  の値を求めよ。

7

$0 < r < 1$  とし、半径 1 の円  $C_1$  と半径  $r$  の円  $C_2$  の中心は一致しているとする。円  $C_1$  に内接し、円  $C_2$  に外接する円をできるだけたくさん描く。ただし、どの 2 つの円も共有点の個数は 1 以下とする。描いた円の円周の長さの総和を  $f(r)$  とするとき、

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} f(r)$$

を求めよ。