

# 秋田大学

## 令和2年度個別学力検査問題

(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

# 数 学

## 前 期 日 程

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、7ページあり、問題は(1)から(9)まで9題あります。解答用紙は4枚あります。計算用紙(白紙)は2枚あります。  
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部等により、それぞれ以下の4題が出題されます。  
国際資源学部は(1), (4), (5), (6)  
教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), (4)  
教育文化学部(理数教育コース)は(1), (4), (5), (6)  
医学部は(6), (7), (8), (9)  
理工学部は(1), (4), (5), (6)  
をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1枚の解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また、解答用紙の指定された( )内に解答する問題の番号を記入しなさい。
- 6 解答用紙の表おもてに記入しきれない場合は、その裏に記入してもよい。その場合、解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 次の問いに答えなさい。

- (i) 1個のさいころを6回続けて投げる。6回目に初めて6の目が出る確率を求めなさい。
- (ii)  $n$ が整数のとき、 $n^2$ を4で割ったときの余りを求めなさい。
- (iii) 数列 $\{a_n\}$ を、 $a_1 = 1$ 、 $a_{n+1} = 3a_n + 2n - 4$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )により定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

(2) 循環小数を以下のように表す。

$$0.333\cdots = 0.\dot{3} \qquad 1.432432432\cdots = 1.\dot{4}\dot{3}\dot{2}$$

次の問いに答えなさい。

- (i) 十進法の $0.\dot{1}$ を十進法の分数で表しなさい。
- (ii) 十進法の $0.\dot{1}\dot{7}$ を十進法の分数で表しなさい。
- (iii) 十進法の $5.\dot{3}$ を三進法の小数で表しなさい。
- (iv) 十進法の $0.8$ を二進法の小数で表しなさい。

(3) 座標平面上において、次の問いに答えなさい。

(i) 点(8, 6)を中心とし、円 $x^2 + y^2 = 49$ に外接する円の方程式を求めなさい。

(ii)  $k$ を実数とし、2つの円 $x^2 + y^2 - 4x + 4ky + 4k^2 - 5 = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 49$ が共有点をもたないとき、定数 $k$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

(iii) 2つの円 $x^2 + y^2 = 49$ ,  $x^2 + y^2 - 18x + 6y + 65 = 0$ の交点A, Bと、円 $x^2 + y^2 = 49$ 上の点Pがつくる三角形を $\triangle ABP$ とする。 $\triangle ABP$ の面積が最大となるとき、点Pの座標を求めなさい。

(4)  $p, q$ を実数とし、原点をOとする座標平面上に、

3点A(1,  $p$ ), B(3, -1), C( $q$ , -2)をとる。次の問いに答えなさい。

(i)  $p = -3$ ,  $q = 5$ のとき、 $\overrightarrow{OC}$ を $k\overrightarrow{OA} + l\overrightarrow{OB}$  ( $k, l$ は実数)の形で表しなさい。

(ii)  $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{BC}$ が垂直であり、 $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ が平行であるとき、 $p, q$ の値を求めなさい。

(iii)  $|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{5}|\overrightarrow{OA}|$ が成り立ち、 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{OC}$ のなす角が $30^\circ$ であるとき、 $p, q$ の値を求めなさい。

(5)  $0 < x < \pi$ とする。関数 $f(x) = \sin x \cos(\pi - x)$ ,  $g(x) = \frac{\cos(\pi - x)}{\sin x}$ について、次の問いに答えなさい。

(i)  $g(x) \geq f(x)$ を満たす $x$ の値の範囲を求めなさい。

(ii)  $f(x)$ のとりうる値の範囲を求めなさい。

(iii) 定数 $\alpha$ は $0 < \alpha < \pi$ を満たすとする。 $0 < x < \pi$ におけるすべての $x$ に対して、 $g(x) = \tan(x - \alpha)$ が成り立つように $\alpha$ の値を定めなさい。

(iv) 定数 $\beta$ は実数とする。 $x$ に関する方程式 $f(x) = \beta g(x)$ が異なる3つの解をもつような $\beta$ の値の範囲を求めなさい。

(6) 次の問いに答えなさい。ただし、 $\log$  は自然対数を表す。

(i)  $a$  を実数とする。関数  $f(x) = \log(x+1) - a$  に対して、

$$\int_0^1 f(x) dx = a \text{ を満たす } a \text{ の値を求めなさい。}$$

(ii)  $x > -1$  におけるすべての  $x$  に対して、関数  $g(x)$  は連続で、

$$g(x) = \log(x+1) + \frac{1}{x+1} \int_0^1 g(t) dt \text{ を満たすとする。} g(0) \text{ の値を求めなさい。}$$

(iii)  $x > -1$  におけるすべての  $x$  に対して、関数  $h(x)$  は連続で、

$$h(x) = \log(x+1) + \frac{1}{x+1} \int_0^x h(t) dt \text{ を満たすとする。}$$

① 導関数  $h'(x)$  を求めなさい。

②  $h(x)$  を求めなさい。

(7) 次の問いに答えなさい。

- (i) 1個のさいころを3回続けて投げ、出た目の数を順に  $x_1, x_2, x_3$  とする。  
 $x_1 + x_2 + x_3$  が2で割り切れるとき、 $x_1, x_2, x_3$  のうち少なくとも1つが奇数である確率を求めなさい。
- (ii) 1個のさいころを3回続けて投げ、出た目の数を順に  $x_1, x_2, x_3$  とする。  
積  $x_1 x_2 x_3$  が4で割り切れる確率を求めなさい。
- (iii) 1個のさいころを7回続けて投げ、出た目の数を順に  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$  とする。  
 $x_1^{2(x_2+x_3+x_4)}$  が積  $x_5 x_6 x_7$  で割り切れる確率を求めなさい。

- (8)  $n$  を  $n \geq 2$  を満たす自然数とする。原点を  $O$  とする座標平面上に異なる  $2n$  個の点  $P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n}$  を以下を満たすようにとる。

$$OP_{2k-1} = 1 \quad (1 \leq k \leq n),$$

$$OP_{2k} = 1 + \frac{1}{n} \quad (1 \leq k \leq n),$$

$$\angle P_i OP_{i+1} = \frac{\pi}{n} \quad (1 \leq i \leq 2n-1), \quad \angle P_{2n} OP_1 = \frac{\pi}{n}$$

線分  $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{2n-1}P_{2n}, P_{2n}P_1$  を辺とする  $2n$  角形  $P_1P_2 \cdots P_{2n-1}P_{2n}$  の周の長さを  $L_n$ , 面積を  $S_n$  とする。次の問いに答えなさい。

- (i)  $L_2, S_2$  の値を求めなさい。
- (ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pi$  を示しなさい。
- (iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$  を求めなさい。

(9) 三進法の循環小数を以下のように表す。

$$0.002002002\cdots_{(3)} = 0.\dot{0}0\dot{2}_{(3)}$$

次の問いに答えなさい。

- (i) 十進法の  $\frac{20}{27}$  を三進法の小数で表しなさい。
- (ii)  $m, n$  を正の整数とする。十進法の  $\frac{n}{m}$  が三進法の小数で  $0.011\dot{0}_{(3)}$  と表されるように、 $m, n$  を1組定めなさい。
- (iii)  $n$  を  $n \geq 1$  を満たす整数とする。十進法の  $\frac{1}{3^n - 1} - \frac{1}{3^n}$  を三進法の小数で表したとき、初めて1が現れるのは小数第何位か答えなさい。
- (iv) 十進法の  $\frac{3^{2020}}{7}$  を三進法の小数で表したとき、三進法で表された小数の小数部分を答えなさい。