

滋賀医科大学

令和 2 年度 医学科一般入試(前期日程)

問題冊子

理 科

物 理	1 ページ～ 7 ページ
化 学	9 ページ～14ページ
生 物	15ページ～23ページ

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 23 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理、化学、生物のうち 2 科目を選択し、選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は、試験開始 120 分後に監督者が回収するので、大きく×印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は 150 分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

物

理 (3 問題)

- I 以下の文中の に入る適当な式を, { } に入る適当な語句の記号を記入し, 設問に答えよ。(配点 33)

図 1 のように, 断熱材でできた円筒状の容器が, 大気中に設置された水平な台の上に固定されている。容器には単原子分子理想気体が詰められている。容器内の気体は, 断熱材でできた, 漏れがなくなめらかに動く 2 つの

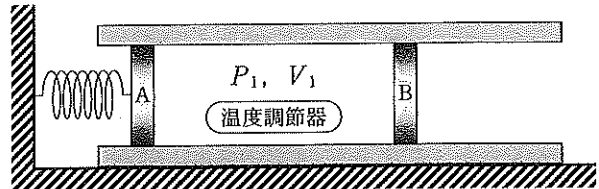


図 1

ピストン A, B で密封されている。ピストンは固定することもでき, 質量は無視できる。ピストン A は, 片方の端が壁に固定されたばねとつながっている。気体は容器内の温度調節器で加熱または冷却できる。温度調節器はピストンの動きを妨げず, その体積と熱容量は考えなくてよい。以下, ピストン A, B の断面積を S , ばね定数を k とする。図 1 において, ピストン A, B は静止している。ばねの長さは自然長である。気体の圧力 P_1 は大気圧に等しく, 体積は V_1 である。

ピストン B を固定した後, 温度調節器を使用して気体の体積を変化させ, ピストン A を動かす場合を考える。ピストン A の変位にともない, ばねの長さが自然長から変化すると, ばねはピストン A に復元力を及ぼす。復元力は変位に比例し, 比例定数は k である。このため, ピストン A にはたらく外力の変化にともない気体の圧力が変化する。その変化を ΔP とする。圧力が単位面積当たりの力であることに注意して, 気体の体積が ΔV だけ変化した場合の ΔP を求めると ① となる。

改めて, 以下の 3 過程からなるサイクルにより, ピストン A, B を交互にゆっくりと移動させて, 図 1 の状態から図 2 の状態にした場合を考える:

(過程 1) ピストン A を固定した後, 温度調節器を使用して気体の体積を V_2 まで増加させた。ピストン B は図 1 の右方向に移動した。

(過程 2) 過程 1 に引き続き, ピストン B を固定した。その後, ピストン A の固定を解除し可動にした。この状態から温度調節器を使用して気体の体積を V_1 に戻した。ピストン A は図 1 の右方向に移動した。気体の圧力は P_2 になった。

(過程 3) 過程 2 に引き続き, ピストン A を固定し, 温度調節器を使用して気体の圧力を P_1 まで変化させた。変化後ピストン B の固定を解除し可動にした。これが図 2 の状態である。

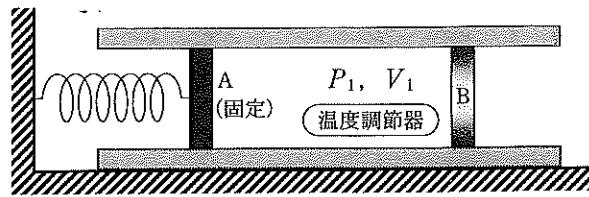


図 2

問 1 このサイクルにともなう気体の圧力と体積変化について、各過程の始めと終わりの状態を黒丸で、圧力と体積の変化を実線で解答欄に図示せよ。各実線がどの過程を表すか明示すること。縦軸わきの 2 つの空欄には、 P_1 、 P_2 のうちいずれか適切なものを記入せよ。

過程 1 において、気体が得た熱量を P_1 、 P_2 、 V_1 、 V_2 のうち必要なものを用いて表すと

② となる。

過程 2 で気体がした仕事を P_1 、 P_2 、 V_1 、 V_2 を用いて表すと ③ と書ける。この過程で気体が得た熱量を熱力学第一法則を用いて求めると ④ となる。

問③の仕事は気体がばねに対してした仕事と大気に対してした仕事に分けることができる。ばねに対してした仕事は弾性エネルギーとしてばねに蓄えられており、 k 、 V_1 、 V_2 などを用いて ⑤ と書ける。

問 2 サイクルで気体がした仕事は、問⑤で求めた過程 2 で気体がばねに対してした仕事に等しくなることを示せ。

過程 3 で気体が得た熱量は P_1 、 P_2 、 V_1 、 V_2 のうち必要なものを用いて ⑥ と書ける。ここで、過程 2 で生じた体積変化 $\Delta V = V_1 - V_2$ と問①で求めた式を用い、問⑥の結果を k 、 V_1 、 ΔV などを使って書き換えると ⑦ となる。

サイクルの熱効率 e を考える。熱効率 e を k 、 S 、 P_1 、 V_1 、 ΔV を用いて表すと ⑧ となる。この結果から、過程 1 でのピストン B の移動距離を大きくした場合、熱効率 e の値は {⑨ ア. 大きくなる イ. 変わらない ウ. 小さくなる} ことがわかる。

問 3 熱効率 e は $\frac{1}{5}$ より小さいことを説明せよ。導出過程を書くこと。なおピストンの移動距離は可能な限り大きくできるとする。

II 以下の文中の に入る適当な式を記入し、設問に答えよ。(配点 33)

ばねに結ばれた物体に時間とともに周期的に変動する外力が加わるとき、物体の運動は外力に応じて変化する。これは外力に対する応答であり、特に外力の振動数がばねと物体の体系に固有な振動数(固有振動数)に等しいときには、共鳴(共振)という現象が生じることが知られている。以下では、摩擦や抵抗がなく、ばねの復元力と外力だけがはたらく単純化された系を例として、外力の振動数が固有振動数に等しいとき、そうでないときと比べて何が特別なのかを考える。

図1に示されているように、物体とばねがなめらかな平面内の直線(x 軸)上にある。ばねの一端は壁に取り付けられ、ばねが自然長 l であるときの物体の位置を原点とし、ばねから物体へ向かう方向を x 軸の正方向とする。また、ばね定数を k 、物体の質量を m とする。

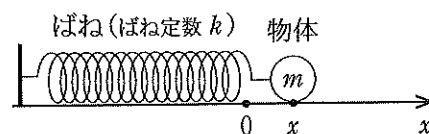


図1

- (a) 本題に入る前に、外力がない場合を考える。ばねが伸びて物体が x だけ変位すると、物体にはばねによる復元力 $F = -kx$ がはたらき、運動方程式は $m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -kx$ (1) となる。このとき、物体は単振動をして $x = A \sin(\omega_0 t + \theta)$ (2) と表されることが知られている。ここで、 A は振幅、 ω_0 は k と m で決まる角振動数(固有角振動数)、 θ は初期位相(時刻 $t = 0$ での位相)である。これより、 k は m と ω_0 とで $k = \text{①}$ と書き表される。

時刻 t からわずかな時間 Δt だけ経過したとき、その間の物体の変位 Δx は式(2)より $\Delta x = A \sin[\omega_0(t + \Delta t) + \theta] - A \sin(\omega_0 t + \theta)$ である。ここに、よく知られた公式、 $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ (A1)、および非常に小さい数 $\omega_0 \Delta t$ に対して成り立つ近似式 $\sin(\omega_0 \Delta t) = \omega_0 \Delta t$, $\cos(\omega_0 \Delta t) = 1$ (A2) を用いると、 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ である物体の速度 v は $v = \text{②}$ と求められる。時刻 $t = 0$ (初期)に、物体の位置が x_0 、速度が v_0 であるとき、これらは A と θ によって与えられる。したがって、 A と $\tan \theta$ は ω_0 、 x_0 、 v_0 を用いて $A = \text{③}$, $\tan \theta = \text{④}$ と表される。そして式(A1)を利用すれば、変位は式(2)より x_0 、 v_0 などを用いて、 $x = \text{⑤}$ と書き改められる。

- (b) ばねの復元力と周期的に変動する外力がはたらくときの物体の運動を考える。このような外力は、たとえば、ばねの取り付け位置を直線上で動かすことによって具体的に得ることができる。ここでは外力を $f = B \sin(\omega t + \alpha)$ とする。 $B(>0)$ 、 ω はそれぞれ外力の振れ幅、角振動数で、 α は定数である。物体は運動方程式 $m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -kx + f$ (3) にしたがって運動する。

外力がゆっくり変動するとき、 ω は小さい。非常にゆっくり変動する極限の $\omega = 0$ では、物体には一定の外力 $F' = B \sin \alpha$ がはたらく。このとき、式(3)の右辺において、ある量を加え、同じ量だけ差し引いても値は変わらないから、右辺は $-k(x - c) - kc + F'$ に等しい。 c は未知の定数である。そこで、 $-kc + F' = 0$ となるように c を選べば、物体にはたらく力は $-k(x - c)$ となり、外力は見かけ上消える。その代わりに $x = c$ で力がつり合うので、自然長

が $\ell + c$ に変わったと考えると差し支えない。実際、位置 $x = c$ を改めて原点としたときの物体の変位を y とすると $y = x - c$ であり、変位 y の物体にはたらく復元力は $-ky$ である。したがって、(a)での式(2)を y として用いれば、一定の外力がはたらくとき $x = A \sin(\omega_0 t + \theta) + c$ となることがわかる。

外力の角振動数が0でない($\omega \neq 0$)ときも同じような考え方で取り扱うことができる。すなわち、式(3)の右辺を未知の定数 K を用いて、 $-Kx + (K - k)x + f$ とする。もしも条件 $(K - k)x + f = 0$ が満たされれば、式(3)は $m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -Kx$ (3)' となって、これは仮想的なばね定数 K のばねに結合された物体の運動方程式に他ならない。ところで、 $K \neq k$ のとき上記の条件を $x = \frac{f}{k - K}$ (4) と書き直してわかるように、 x は f で決まる。 f は角振動数 ω で変動しているので、この条件下では物体の運動は外力と同じ角振動数での振動でなければならない。一方、式(3)'で記述される物体の変位 x は(a)での考察から既知である。そこで、 K と ω との関係が、問①の結果で示された k と ω_0 との関係と同じになるように、与えられた ω に対して K を選べば、この単振動の角振動数は ω となり、式(3)'による物体の運動は式(4)の条件を満たす。このことは、変動する外力がはたらくとき、外力と同じ角振動数での振動が物体の運動の一つとして可能であることを意味している。外力がなければ物体は ω_0 で単振動するから、変位 x は一般に式(2)と式(4)の和 $x = A' \sin(\omega_0 t + \theta') + \frac{f}{k - K}$ (5) と表されることが知られている。 $A' (> 0)$, θ' は定数である。

さて、物体が初期に原点で静止していたとする。このとき、(a)と同じような手続きで、式(5)の右辺第一項に式(A1)を利用すると、 x は B , ω , α , ω_0 , m を用いて $x = \boxed{\text{⑥}}$ と書き表される。

外力の角振動数が固有角振動数に等しい($\omega = \omega_0$)とき、 $\omega \neq \omega_0$ のときと異なる挙動を示すことが知られている。上記の問⑥の結果は $\omega \neq \omega_0$ のときの変位であるが、 $\omega = \omega_0$ の場合の変位はこれを利用して求めることができる。実際、問⑥の結果で、ある時刻 t において ω を ω_0 に限りなく近づけると $\omega^2 - \omega_0^2$ は $\omega - \omega_0$ の定数倍で近似できる。また式 $\omega t + \alpha = (\omega_0 t + \alpha) + (\omega - \omega_0)t$ において右辺第2項は第1項に比べて十分小さくなるので、 $\sin(\omega t + \alpha) = \sin(\omega_0 t + \alpha) + (\omega - \omega_0)t \cos(\omega_0 t + \alpha)$ と近似できる。これらのことに留意すると、問⑥の x の式において ω を ω_0 に限りなく近づけたとき、分子と分母がともに限りなく0に近づくがその比は一定になることがわかる。これが初期に原点で静止していた物体が示す、共鳴時の変位である。

問 1 共鳴時の変位 x を導け。導出の過程を明記すること。

問 2 問1の結果から、共鳴時の物体の時間的な振る舞いは、そうでないとき($\omega \neq \omega_0$)と比べて外力に対する応答として基本的に何が違うのか、理由とともに簡潔に述べよ。

Ⅲ 以下の文中の に入る適当な式を、{ }に入る適当な語句を記入し、設問に答えよ。(配点 34)

光学顕微鏡では、可視光を用いて物体を観察するため、可視光の波長と同程度の 10^{-7} m くらいの大きさの物体までしか観察できない。そこで、原子サイズの物体を観察するためには、可視光ではなく電子波を利用した電子顕微鏡を用いる。以下の設問は、すべて真空中で考え、重力の効果は無視できるものとする。

(a) 電子顕微鏡に用いる電子の発生法にはいくつかあるが、真空容器内に置いた金属表面に仕事関数以上のエネルギーをもつ光を照射したときに、{ ① }効果によって発生した電子を用いる場合もある。電子顕微鏡では、こうして発生させた電子を加速する装置(電子銃)により、電子波の波長を短くし、光学顕微鏡以上の解像度を得ている。

電子波の波長は次のように求められる。電子の速さを v 、質量を m とすると、電子の波長 λ は、プランク定数 h を用いて ② と表せる。運動エネルギーが 0 の電子を真空中において電圧 V で加速したとき、電子の電気量を $-e$ ($e > 0$) として、エネルギー保存則より、 v は、 e 、 m 、 V を用いて ③ と書ける。以上より、電子波の波長 λ は、 e 、 m 、 V 、 h を用いて表される。

問 1 波長 λ が、原子サイズの大きさの $\frac{1}{10}$ 以下 (10^{-11} m 以下) となるようにするには、加速する電圧を何 V 以上とする必要があるか。 $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ として、有効数字 2 桁の数値で答えよ。

電子顕微鏡では、電界や磁界を使って電子線を収束あるいは発散できる電界レンズや磁界レンズが、光学顕微鏡での光学レンズの役割を果たす。以下では、磁界レンズ中の電子の軌道を考えることで、凸レンズ作用について考察しよう。

(b) 磁界レンズ中の電子の軌道を考える前に、まず一様な磁束密度 B の磁場(磁界)中での電子の運動を考える。磁場の向きは z 軸正方向である。図 1 に示すように、電子は x 軸方向の速度成分 v_x と、 z 軸方向の速度成分 v_z からなる速度 $v = (v_x, 0, v_z)$ で磁場中に入射する($v_x > 0$ 、 $v_z > 0$)。電子は速度成分 v_x をもつので、磁場から大きさ ④ のローレンツ力を受ける。一方、速度成分 v_z と磁場は平行であるから電子は z 軸方向への力を受けず、 v_z は変わらない。以上から、磁束密度 B の領域に入射した電子は、 z 軸方向から見れば、半径 ⑤ の円運動をする。一方、 z 軸方向には等速度運動をするから、電子はこの領域内でらせん運動をすることがわかる。

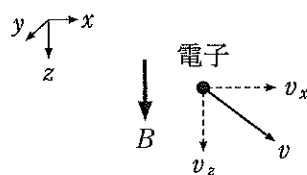


図 1

次に、図2に示すように、 z 軸方向への厚さ Δd の領域に、電子が z 軸正方向に速度 v で入射するとき、領域を通過する電子の軌道を考える。磁束密度 B は領域内では一様であるが、 z 軸に平行ではなく x, z 成分だけをもつとする。

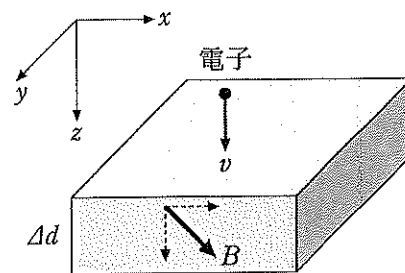


図2

問2 このとき、電子はこの領域内でどのような運動をするか、理由とともに述べよ。

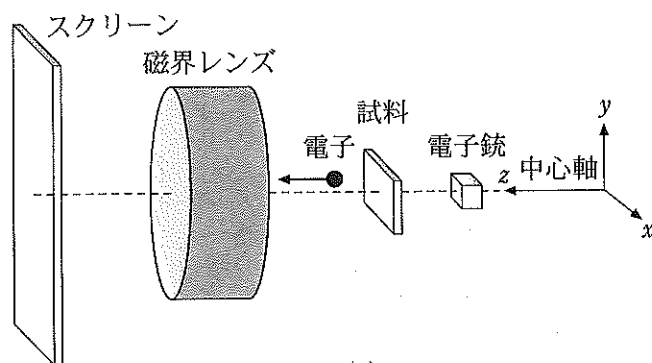


図3(a)

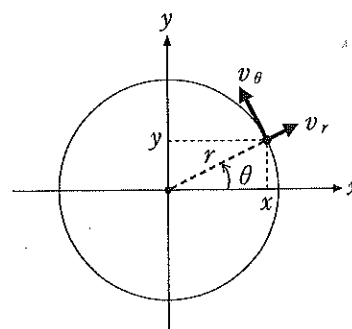


図3(b)

(c) 実際の磁界レンズ内での電子の軌道を考えよう。磁界レンズは、 z 軸を中心として円筒形で(図3(a))、磁力線は中心軸のまわりに対称であるとする。 xy 平面内で z 軸から外へと向かう方向(動径方向)の距離 r と、 x 軸とのなす角 θ は、座標 (x, y, z) と、 $(x, y, z) = (r \cos \theta, r \sin \theta, z)$ の関係にある。図3(b)のように、磁界レンズを z 軸正方向、つまり、磁界レンズから電子が出る方向から見たとき、電子の速度 v は、レンズの動径方向の成分を v_r 、動径方向に垂直な成分を v_θ 、 z 軸方向の成分を v_z として、 $v = (v_r, v_\theta, v_z)$ と表せる。図3(b)には、紙面に垂直な v_z 以外の、動径方向成分 v_r と、それに垂直な方向で θ が増加する方向を正としたときの成分 v_θ を示している。磁界レンズ内の磁束密度 B も、同じように $B = (B_r, B_\theta, B_z)$ と書ける。

ここでさらなる簡略化のため、磁界レンズ中の磁場が、次ページの図4(a)に示すように、電子が通過する順に、領域1、領域2、領域3に代表される磁界レンズのモデルを考える。各領域の厚さは Δd であり、領域内では磁場は一様である。 r 方向と z 方向に注目した場合、領域1、領域2、領域3では図4(b)のように B の向きが変化している。領域1に入射した電子は、 z 軸正方向にのみ速度成分 v_z をもつので、図2と同様に、磁界レンズの動径方向の磁束密度成分 B_r と v_z との相互作用により、 θ の増加する方向への力 F_1 が生じる。このため、電子が領域2に到達するときには速度成分 v_θ が生じている。

問3 領域2で $B = (B_r, 0, B_z)$ となっており、 B_r が無視できるほど小さい場合、領域1で v_θ が生じたことを考慮して、電子にはたらくローレンツ力の大きさと向きを述べよ。

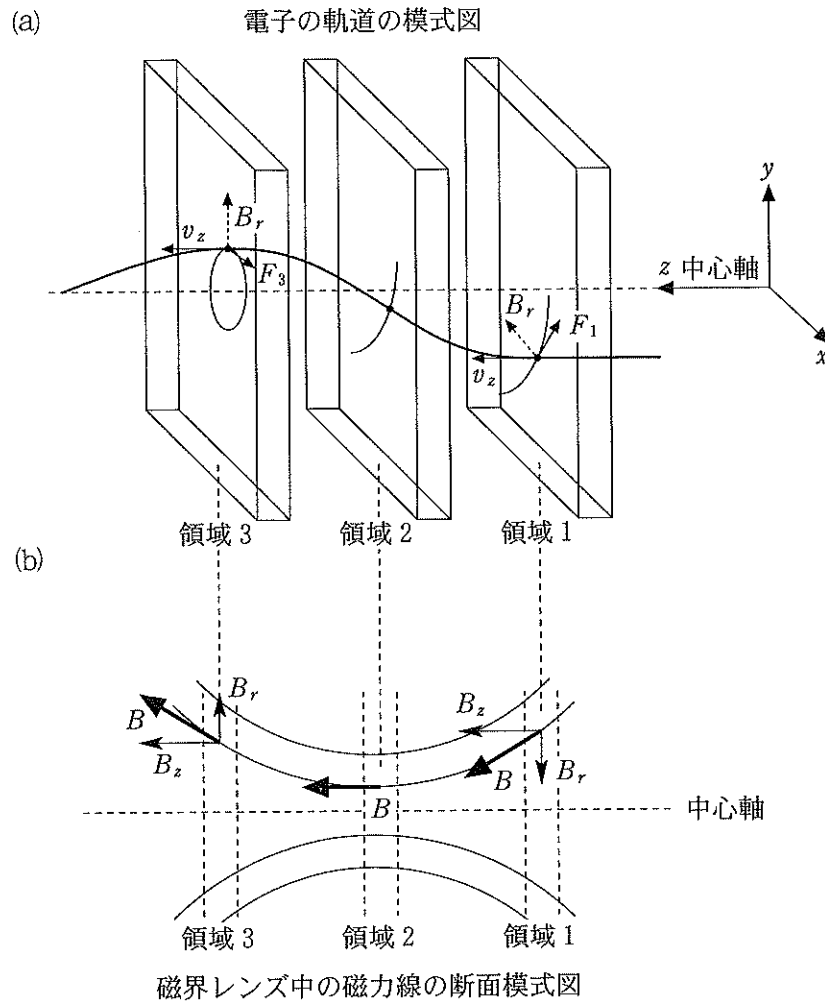


図 4

さらに領域 3 付近では、 B_r は再び大きくなるが、領域 1 とは動径方向への向きが逆となる。このため、電子には θ が減少する方向への力 F_3 が生じる。このような運動により、最終的には、電子線は中心軸上に収束し焦点となる。これは光学凸レンズと同じレンズ作用と言える。電子銃と磁界レンズの間に試料を置けば、スクリーン上に試料の拡大像が得られる。

光学レンズの場合と同様に、試料と磁界レンズの中心との間の距離を a 、磁界レンズの中心と像ができるスクリーンの間の距離を b 、磁界レンズの焦点距離を f とすれば、レンズの公式(写像公式)が成り立つ。

問 4 試料を磁界レンズの前方の焦点に近づけた場合($a \approx f$)に、高倍率が達成できることを、レンズの倍率を a と f を用いて表すことで示せ。