

滋賀医科大学

令和2年度 医学科一般入試(前期日程)

問題冊子

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか2ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

数 学

(各問 50 点)

1 2つの関数

$$f(x) = xe^x$$

$$g(t) = \int_{-1}^2 |t - f(x)| dx$$

を考える。区間 $-1 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最小値を m 、最大値を M とする。

(1) m, M を求めよ。

(2) t が実数全体を動くとき、 $g(t)$ を最小にする t の値と、 $g(t)$ の最小値を求めよ。

(3) $\int_m^M g(t) dt$ を求めよ。

2 a, b を異なる正の実数とする。次で表される xy 平面上の円 C と楕円 E を考える。

$$C: x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$

$$E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

C 上の点 A から E に引いた 2 本の接線が C と再び交わる点をそれぞれ P, Q とする。

(1) $AP \perp AQ$ を示せ。

(2) A が C 上を動くとき、 $\triangle APQ$ の面積を最大、最小にする A の座標をそれぞれ求めよ。

3 i は虚数単位とする。実数 t に対して、複素数

$$w = \frac{1}{1 + ti}$$

を考える。 w の偏角を $\theta(t)$ ($-\pi \leq \theta(t) < \pi$) とする。

(1) t が実数全体を動くとき、複素数平面上の点 w の描く図形を図示せよ。

(2) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \theta(t)}{t}$ を求めよ。

(3) $\lim_{t \rightarrow 0} (\cos \theta(t))^{1/t^2}$ を求めよ。

4 k を正の整数とし、 k 以下の正の整数全体の集合を U とする。すなわち、 $U = \{1, \dots, k\}$ である。 U の部分集合 A と U の要素 x に対して $f_A(x)$ を、 $x \in A$ ならば $f_A(x) = 1$ 、 $x \notin A$ ならば $f_A(x) = 0$ と定める。例えば $k = 3$ 、 $A = \{2, 3\}$ のとき、 $f_A(1) = 0$ 、 $f_A(2) = 1$ 、 $f_A(3) = 1$ である。また、 U の部分集合 A に対して、 A の要素の個数を $n(A)$ で表す。

(1) A, B を U の部分集合、 $\bar{A}$ を U に関する A の補集合とする。

$$f_{\bar{A}}(x) = 1 - f_A(x), f_{A \cap B}(x) = f_A(x)f_B(x)$$

を示せ。

(2) A を U の部分集合とする。 $n(A)$ を $f_A(1), \dots, f_A(k)$ すべてを用いて表せ。

(3) A_1, A_2, A_3, A_4 を U の部分集合、 A_1, A_2, A_3, A_4 の少なくとも一つに属する要素全体の集合を P とする。

$$f_P(x) = 1 - (1 - f_{A_1}(x))(1 - f_{A_2}(x))(1 - f_{A_3}(x))(1 - f_{A_4}(x))$$

を示せ。

(4) (3)の A_1, A_2, A_3, A_4 と P について考える。整数 $1, 2, 3, 4$ から異なる p 個を選んで $i_1, \dots, i_p$ とし、 $A_{i_1}, \dots, A_{i_p}$ のどれにも属する要素全体の集合 S をつくる。 $i_1, \dots, i_p$ の選び方 ${}_4C_p$ 通りをすべて考え、それぞれが定める集合 S を任意に並べて $S_1^{(p)}, \dots, S_{{}_4C_p}^{(p)}$ とおく。さらに、 $s(p) = \sum_{i=1}^{{}_4C_p} n(S_i^{(p)})$ とする。このとき、 $n(P) = s(1) - s(2) + s(3) - s(4)$ を示せ。