

## 令和2年度前期日程入学試験学力検査問題

令和2年2月26日

**数****学**

理 系  
 経済学部(理系)  
 医学部医学科  
 医学部保健学科放射線技術科学専攻・  
 検査技術科学専攻

志望学部／学科／専攻	試験時間	指定解答用紙
経済学部(理系)		
理 学 部		
医 学 部 医 学 科		
医学部保健学科放射線技術科学専攻	10:00~12:30 (150分)	①, ②, ③の マークの用紙 (各表・裏)
医学部保健学科検査技術科学専攻		
歯 学 部		
薬 学 部		
工 学 部		
農 学 部		

## 注意事項

- 試験開始の合図があるまで、この問題冊子、解答用紙を開いてはいけない。
- この問題冊子は、6ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお、ページの脱落、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
- 解答は、必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し、ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
- 解答用紙の受験記号番号欄(1枚につき2か所)には、忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
- 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
- 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

## 令和2年度東北大学個別学力試験

### 問題訂正（前期）

数学（理系、経済学部（理系）、医学部医学科、医学部保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻）

5ページ

#### 4 上から3行目

（誤）

箱の中の玉がなくなったら試行は停止する。

（正）

試行後に箱の中の玉がなくなったら試行は停止する。

令和2年2月26日

——このページは白紙——

前期： 経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科、  
保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・  
歯学部・薬学部・工学部・農学部

[1]  $AB = 1, AC = 1, BC = \frac{1}{2}$  である  $\triangle ABC$  の頂点 B から辺 AC に下ろした垂線と辺 AC との交点を H とする。

(1)  $\angle BAC$  を  $\theta$  と表すとき,  $\cos \theta, \sin \theta$  の値を求めよ。

(2) 実数  $s$  は  $0 < s < 1$  の範囲を動くとする。辺 BH を  $s : (1-s)$  に内分する点を P とするとき,  $AP^2 + BP^2 + CP^2$  の最小値およびそのときの  $s$  の値を求めよ。

[2]  $a$  を 0 でない実数とする。 $xy$  平面において, 円  $C : x^2 - 2ax + y^2 - 4y + 4 = 0$ , 直線  $L : -4x + 3y + a = 0$ , 直線  $M : 3x + 4y - 7a = 0$  を考える。

(1)  $L$  と  $M$  の交点が  $C$  上にあるような  $a$  の値を求めよ。

(2)  $C$  と  $L$  が異なる 2 つの共有点をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(3) 集合  $\{P \mid \text{点 } P \text{ は } C \text{ と } L \text{ の共有点}\} \cup \{P \mid \text{点 } P \text{ は } C \text{ と } M \text{ の共有点}\}$  の要素の個数が 3 となるような  $a$  の値をすべて求めよ。

(前期： 経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

[3]  $n$  を正の整数,  $a, b$  を 0 以上の整数とする。

- (1)  $n \geq 3$  のとき不等式  $2^n + n^2 + 8 < 3^n$  が成り立つことを示せ。
- (2) 不等式  $2^n + n^2 + 8 \leq 3^n$  を満たす  $n$  をすべて求めよ。
- (3) 等式  $2^n + n^2 + 8 = 3^n + an + b$  を満たす  $a, b, n$  の組  $(a, b, n)$  をすべて求めよ。

[4] 白玉 3 個, 赤玉 2 個の合計 5 個の玉が入った箱と硬貨がある。箱から無作為に玉を 1 個取り出し, 硬貨を投げて表が出たら, その玉を手元に残し, 裏が出たら箱に戻す試行を行う。箱の中の玉がなくなったら試行は停止する。また, 最初手元に玉はないものとする。

- (1) 2 回の試行の結果, 手元に白玉が 2 個ある確率を求めよ。
- (2) 3 回の試行の結果, 手元の玉が白玉 1 個, 赤玉 1 個の計 2 個となる確率を求めよ。
- (3)  $n$  を 5 以上の整数とし, ちょうど  $n$  回目で試行が停止する確率  $p_n$  を求めよ。
- (4) (3) の確率  $p_n$  が最大となる  $n$  を求めよ。

(前期： 経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

[5] 実数  $t$  に対して複素数  $z = \frac{-1}{t+i}$  を考える。ただし,  $i$  は虚数単位とする。

(1)  $z$  の実部と虚部をそれぞれ  $t$  を用いて表せ。

(2) 絶対値  $\left| z - \frac{i}{2} \right|$  を求めよ。

(3) 実数  $t$  が  $-1 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき, 点  $z$  はどのような図形を描くか, 複素数平面上に図示せよ。

[6] 正の整数  $m, n$  に対して実数  $A(m, n)$  を次の定積分で定める。

$$A(m, n) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m x \sin^n x dx$$

(1) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$A(m, n) = A(n, m), \quad A(m+2, n) + A(m, n+2) = A(m, n)$$

(2)  $A(m, 1)$  を求めよ。

(3) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$A(m, n+2) = \frac{n+1}{m+1} A(m+2, n)$$

(4)  $m$  または  $n$  が奇数ならば,  $A(m, n)$  は有理数であることを示せ。