

令和 2 年 度

理 科

問 題 冊 子

物 理

第 1 問 次の文章を読んで に適した式または値をそれぞれ記せ。なお、 は同じ番号の ですすでに与えられたものと同じ式または値を表す。

I 図 1-1 のように、半径 r の半円筒が水平な床に固定されている。すべての面はなめらかであるとし、重力加速度の大きさを g とする。また、半円筒の内面の位置は角度 θ を用いて表すことにする。いま、大きさの無視できる質量 m の小球を床の上に置き、水平右向きに初速 v_0 を与えた。小球が半円筒の内面に沿って運動するとき、角度 θ における小球の速さは (1) であり、その速さで円運動するための向心力の大きさは (2) である。また、このとき小球が半円筒からうける垂直抗力の大きさは (3) である。小球が半円筒の上端 ($\theta = \pi$) に達するための条件は $v_0 \geq$ (4) となる。また、 $v_0 =$ (4) のとき、 $\theta = \pi$ における小球の速さは、 r と g を用いて表すと (5) となる。

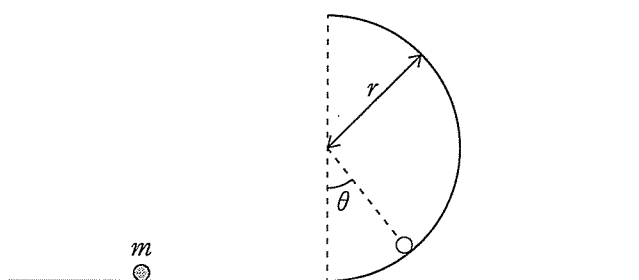


図 1-1

II 図 1-2 のように、半円筒の左側の床に傾き ϕ のなめらかな斜面を持つ台を置く。時刻 $t = 0$ に、台の高さ h の位置に小球を置き、同時に台を一定の加速度で水平右向きに動かす。この加速度の大きさを a とする。なお、台は半円筒には到達しないものとする。また、小球は床上でははねないものとする。



図 1-2

まず、台と一緒に動く人から見た小球の運動を考える。小球が台上にあるとき、小球には水平左向きに大きさ ma の慣性力が作用する。このとき、小球が斜面からうける垂直抗力の大きさは (6) である。また、小球にはたらく力の斜面方向の成分は (7) である。ただし、斜面に沿って下向きを正とする。小球が高さ h で静止している場合、台の加速度の大きさは $a_0 =$ (8) である。

次に、床に静止している人から見た小球の運動を考える。ここでは、台の加速度の大きさ a は $a < a_0$ を満たすとし、 x 軸を水平右向き、 y 軸を鉛直下向きにとる。小球が台上にあるとき、小球の x 軸方向の加速度は (9)、 y 軸方向の加速度は (10) である。また、時刻 t での小球の速さは (11) である。小球が床に到達すると同時に台を止める。このときの時刻は (12) である。その後、小球は床をすべり、半円筒の内面に沿って運動しはじめた。いま、 $\phi = \frac{\pi}{4}$ 、 $h = \frac{3}{2}r$ とすると、小球が半円筒の上端 ($\theta = \pi$) に達するためには $a \geq$ (13) である必要がある。

は値をそれぞれ記せ。ただし、(3) と (4) は、最も適切な語句を解答群から一つずつ選び、記号で記せ。(5) と (6) は、質量数と原子番号をそれぞれ記せ。なお、(7) は同じ番号の(8)です。すでに与えられたものと同一語句または値を表す。

の原子核を放出する (1) と、原子核中の 1 個の中性子が電子を放出して陽子に変化する (2) がある。崩壊によって生成された原子核も不安定な状態となることがあり、そのような状態から余分なエネルギーを γ 線として放出し、よりエネルギーの低い安定な状態に変化することを γ 崩壊という。 γ 崩壊では、固有のエネルギーの γ 線が放出される。また、 γ 崩壊などをする不安定な状態を励起状態という。

物質が自発的に放射線を出す性質を放射能という。1秒あたりに崩壊する原子核の数を放射能の強さといい、単位には (3) を用いる。また、放射線の人体への影響の大きさを表す量を等価線量といい、単位には (4) を用いる。なお、原子核や原子の質量を表すには、炭素 ^{12}C の原子1個の質量の $\frac{1}{12}$ を基準とする原子質量単位を用い、記号 u で表す。

(3) と (4) の解答群

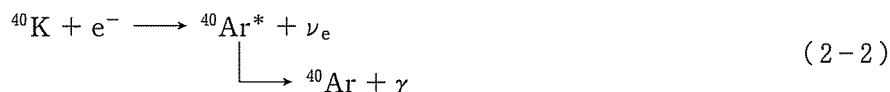
- (ア) キュリー (Ci) (イ) ベクレル (Bq) (ウ) グレイ (Gy)
(エ) シーベルト (Sv) (オ) レントゲン (R)

地球に存在する天然のカリウムには ^{39}K , ^{40}K , ^{41}K の3つの同位体がある。このうち ^{39}K と ^{41}K は安定な同位体である。 ^{40}K は半減期 12.5 億年 ($\approx 4.0 \times 10^{16}$ 秒) の放射性同位体であるため、地球形成時の ^{40}K がいまだに自然界に存在していることになる。カリウムは人間の生命活動を支える必須元素であり、人体内では摂取と排出のバランスで一定量のカリウムが常時蓄えられている。一般に成人が目標とすべきカリウム摂取量は1日 3g といわれている。

^{40}K の 89.3% は以下のような (2) によってカルシウムになる。



ここで、 e^- は電子、 $\bar{\nu}_e$ は電子ニュートリノの反粒子である。 ^{40}K の 10.7% では、原子中の 1 個の電子が原子核に捕獲されて電子ニュートリノ ν_e を放出し、アルゴンの励起状態へ崩壊する。この励起状態を $^{40}\text{Ar}^*$ とおく。 $^{40}\text{Ar}^*$ はすぐに γ 崩壊を起こし、最もエネルギーの低い安定な ^{40}Ar になる。



以下では、カリウムの原子量を 39.0 とし、 ^{40}K の存在比を 0.012% とする。また、真空中の光速を $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、電気素量を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、原子質量単位を $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とする。

問 1 地球形成が 50 億年前であったとしたとき、地球形成時の ^{40}K の数は現在の何倍か求めよ。なお、地球形成後に ^{40}K は生成されていないとする。

問 2 カリウム 150 g 中の ^{40}K の個数を求め、有効数字 2 桁で答えよ。

問 3 成人が 150 g のカリウムを体内に常時蓄えているとして、その放射能の強さを求め、有効数字 2 桁で答えよ。ここでは、 $|x| \ll 1$ のとき $\left(\frac{1}{2}\right)^x \doteq 1 - 0.69x$ となる近似式を用いよ。

問 4 式(2-2)の γ 崩壊 $^{40}\text{Ar}^* \rightarrow ^{40}\text{Ar} + \gamma$ における γ 線のエネルギーを求め、電子ボルト(eV)の単位を用いて有効数字 2 桁で答えよ。ただし、 $^{40}\text{Ar}^*$ と ^{40}Ar の運動エネルギーが無視できるほど小さいとし、 $^{40}\text{Ar}^*$ から ^{40}Ar へと原子の質量が減少することによって生じるエネルギーのすべてが γ 線のエネルギーとなるとしてよい。また、 $^{40}\text{Ar}^*$ と ^{40}Ar の原子の質量をそれぞれ 39.9640 u と 39.9624 u とする。

問 5 カリウム 3 g から 1 秒あたりに式(2-2)の γ 崩壊で放出される γ 線の数(計数率)を求め、有効数字 2 桁で答えよ。

問 6 野菜ジュースでカリウム 3 g を毎日摂取することを考える。市販の野菜ジュースにはカリウム含有量が表示されていないものもあるため、その量を測定することにした。

まず、塩化カリウム KCl の水溶液 500 mL を容器に入れ、1 秒あたりに式(2-2)の γ 崩壊で放出される γ 線の数(計数率)を離れた位置にある放射線検出器で測定した。KCl 含有量を変えた様々な水溶液で測定を行ったところ、図 2 が得られた。

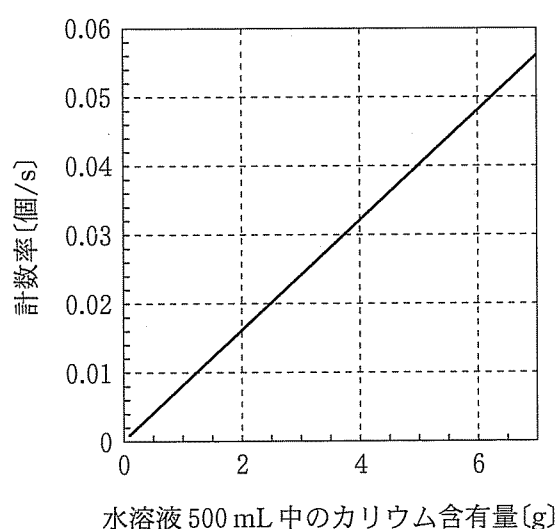


図 2

次に、市販の野菜ジュース 500 mL を KCl 水溶液と同じ実験条件で測定したところ、計数率は 2.0×10^{-2} 個/s であった。この野菜ジュース 500 mL 中のカリウム含有量を有効数字 2 桁で答えよ。

第3問 次の文章を読んで に適した式または値をそれぞれ記せ。ただし, (9) , (13) , (16) ~ (20) については最も適切な式または図を解答群から一つ選び, 記号で記せ。

図3-1のような, アンテナ, コイルL, 可変コンデンサーC, ゲルマニウムダイオードD, 抵抗器R, スイッチS, クリスタリヤホンで構成される簡単なラジオで, AM ラジオ放送を聞くことを考える。AM ラジオ放送では, 可聴音(20 Hz~20 kHz)をのせる搬送波として1000 kHz 程度の電波を用いている。以下では, コイル, 交流電源の内部抵抗, および導線の電気抵抗は無視できるものとする。

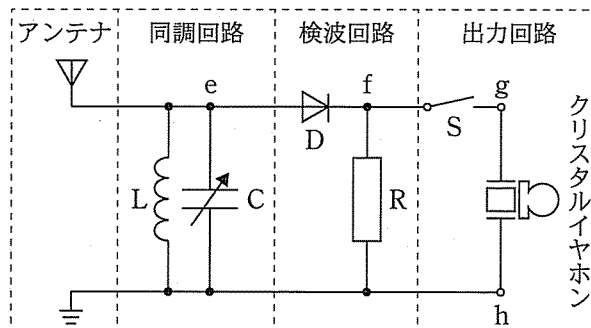


図3-1

I アンテナは幅広い周波数の電波を受信するため, 同調回路で放送局からの特定の搬送波の周波数を取り出す必要がある。この様子を図3-2の回路で考える。ここでは, アンテナを交流電源と抵抗値 r_1 の抵抗器に, ゲルマニウムダイオードをスイッチ S_1 に置き換えている。検波回路の抵抗器の抵抗値は R_1 とする。

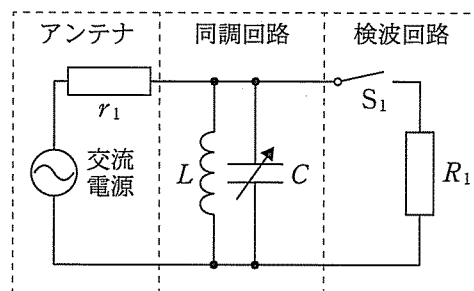


図3-2

まず, 同調回路のコイルについて考える。図3-3のように, 透磁率 μ で半径 b の円柱状の物質に導線が一樣に巻かれたコイルがあり, 巻き数は N , 長さは l である。ただし, l は b に比べて十分に大きいとする。コイルに流れる電流が I のとき, コイル内部の磁束密度の大きさは (1) , 磁束は $\Phi =$ (2) である。微小時間 Δt の間に電流が $\Delta I (> 0)$ だけ変化するとき, コイルを貫く磁束 Φ の時間変化は $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} =$ (3) , コイルに生じる誘導起電力の大きさは (4) となる。したがって, 自己インダクタンスは (5) となり, これを L とおく。

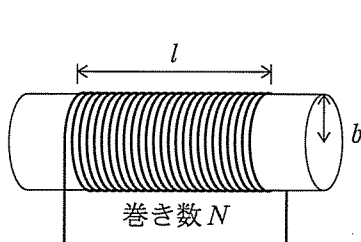


図3-3

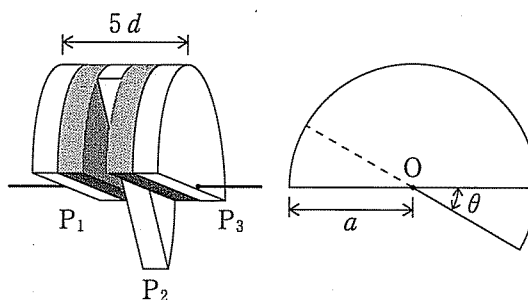


図3-4

次に、同調回路の可変コンデンサーについて考える。空気の誘電率は真空の誘電率 ϵ_0 と等しいとする。図 3-4 のように半径 a の半円形で厚さ d の金属板 P_1 , P_2 , P_3 を間隔 d で平行に置き、その間に金属板と同形で誘電率 $2\epsilon_0$ の誘電体を挿入する。 P_1 と P_3 は電極で、それぞれ導線が接続されている。 P_2 は点 O を中心として回転させることができ、回転角 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ を変えることによって P_1 と P_3 の間の電気容量を変えることができる。ただし、 a は d に比べて十分に大きいとする。回転角 $\theta = 0$ のときの電気容量は (6) , 回転角 $\theta = \pi$ のときの電気容量は (7) となる。また、回転角 $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ のときの電気容量は (8) となり、これを C とおく。

交流電源の電圧の最大値を V_1 、周波数を f_1 とし、スイッチ S_1 が開いた状態を考える。コンデンサーの回転角を変えて調整したところ、同調回路が共振した。共振周波数は (9) となるので、このときのコンデンサーの回転角は、 f_1 , ϵ_0 , a , d , μ , b , N , l を用いて表すと (10) となる。共振しているときの抵抗 r_1 に流れる電流の最大値は (11) となる。スイッチ S_1 を閉じると、抵抗 R_1 の電圧の最大値は (12) となり、交流電源の周波数が共振周波数と等しいときに抵抗 R_1 の電圧が最も大きくなる。

(9) の解答群

(ア) $\frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$

(イ) $2\pi\sqrt{LC}$

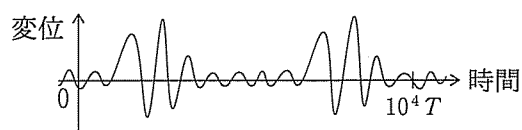
(ウ) $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(エ) $\frac{\sqrt{LC}}{2\pi}$

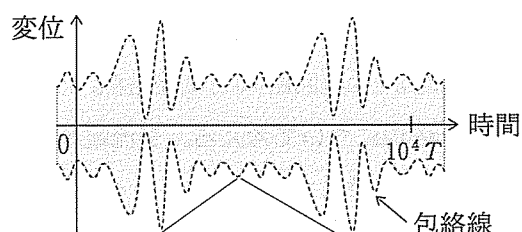
II 図 3-1 の検波回路について考える

搬送波の周期を T とおく。放送局では、元となる可聴音(図 3-5 (a))により搬送波を振幅変調した波(b)を電波として送信する。アンテナでは同じ波(b)が受信されるとする。AM ラジオの搬送波の周波数は可聴音に比べて極めて高く、波(b)では波形ひとつひとつを正確に表すことが困難である。ここでは、変位の最大値と最小値の輪郭(包絡線)を破線で表しており、この包絡線に波(a)の情報が含まれている。波(c)は波(b)の一部の時間軸を拡大したものである。

(a)可聴音



(b)振幅変調波



(c)振幅変調波の拡大図

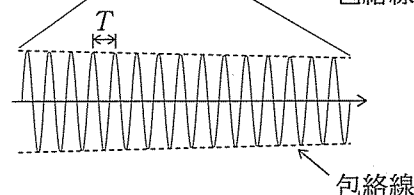


図 3-5

以下、ゲルマニウムダイオードは順方向電圧に対しては抵抗がなく、逆方向電圧に対しては抵抗が無限大であるとする。いま、図 3-1 のスイッチ S を開いた状態にし、同調回路で周期 T の搬送波を選択する。点 e の電位の時間変化が波(b)であるとき、点 f の電位の時間変化は (13) となる。

Ⅲ 図3-6(a)はクリスタルイヤホンと等価な回路であり、抵抗値 r_2 の抵抗器と電気容量 C_2 のコンデンサーで構成される。イヤホンではコンデンサー C_2 の電圧の変化が音波に変換される。

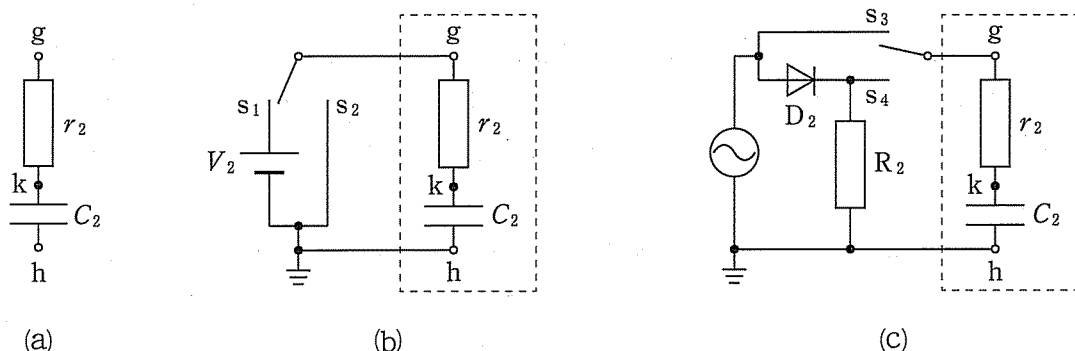


図3-6

図3-6の回路(a)を電圧 V_2 の直流電源とスイッチに接続した回路(b)について考える。スイッチは s_1 と s_2 のどちらかに接続しているとし、スイッチを切り替える作業を周期的に繰り返す。ただし、スイッチが s_1 と s_2 にそれぞれ接続している時間は等しく $\frac{1}{2} T_2$ とする。まず、 $\frac{1}{2} T_2$ がコンデンサー C_2 の充電や放電に要する時間 τ よりも十分に長い場合を考える。時刻 t_1 にスイッチを s_1 に接続し、時刻 $t_2 = t_1 + \frac{1}{2} T_2$ に s_2 に接続したとき、時刻 t_1 で抵抗 r_2 に流れる電流は (14) , コンデンサー C_2 の電圧は (15) となり、点 k の電位の時間変化は (16) となる。次に、 $\frac{1}{2} T_2$ が τ よりも極めて短い場合を考える。スイッチの切り替えを周期的に繰り返す作業を始めてから十分に長い時間が経過した後の場合を考えると、点 k の電位の時間変化は (17) となる。

図3-6の回路(a)を交流電源、ゲルマニウムダイオード D_2 、抵抗器 R_2 、スイッチに接続した回路(c)について考える。交流電源の周期 T_2 はコンデンサー C_2 の充電や放電に要する時間よりも極めて短いとする。スイッチを s_3 に接続し、十分に長い時間が経過した後の点 k の電位の時間変化は (18) となる。スイッチを s_4 に接続し、十分に長い時間が経過した後の点 k の電位の時間変化は (19) となる。

図3-7の回路について考える。この回路は、図3-1の出力回路のクリスタルイヤホンを等価な図3-6の回路(a)に置き換えたものである。搬送波の周期 T は、コンデンサー C_2 の充電や放電に要する時間よりも極めて短いとする。スイッチ S を閉じた状態で、同調回路で周期 T の搬送波を取り出す。点 e の電位の時間変化が図3-5(b)であるとき、点 k の電位の時間変化は (20) となる。

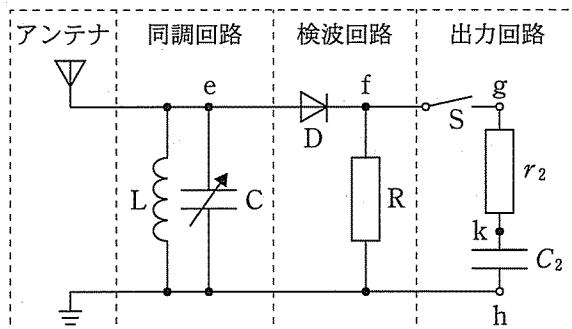
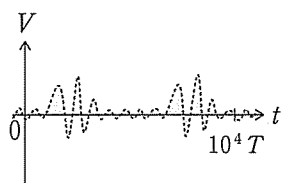
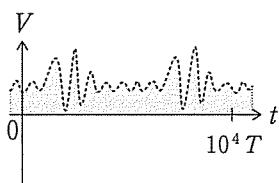


図3-7

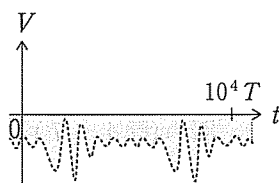
(13) , (20) の解答群



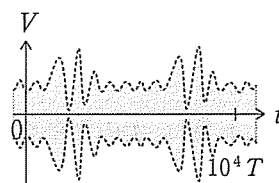
(ア)



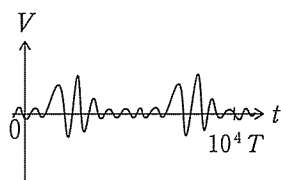
(イ)



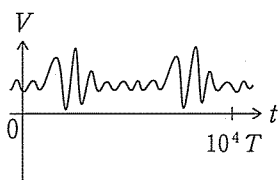
(ウ)



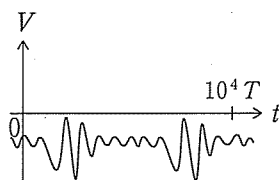
(エ)



(オ)

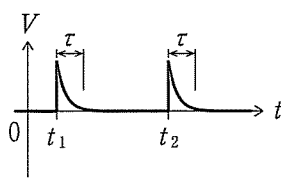


(カ)

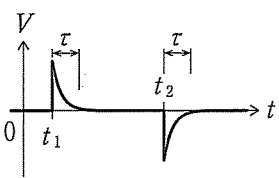


(キ)

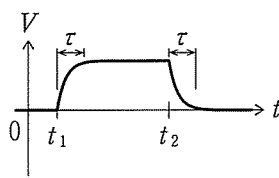
(16) の解答群



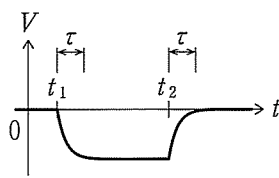
(ア)



(イ)

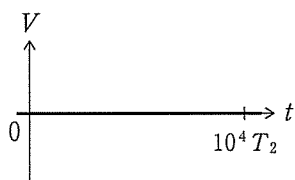


(ウ)

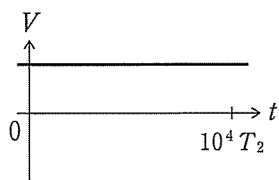


(エ)

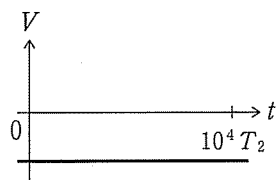
(17) ~ (19) の解答群



(ア)



(イ)



(ウ)