

令和2年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄に受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入しなさい。その他の欄に記入してはいけません。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は11頁です。落丁、乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰りなさい。

問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により、以下に示す番号の問題に解答すること。

科目	学部・学科等	解答する問題番号
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	国際教養学部 文学部 人文学科（行動科学コース） 法政経学部 教育学部 小学校コース 中学校コース （国語科教育分野， 社会科教育分野， 理科教育分野， 技術科教育分野） 小中専門教科コース 英語教育コース 特別支援教育コース 乳幼児教育コース 園芸学部 食料資源経済学科 先進科学プログラム 化学関連分野 生物学関連分野 植物生命科学関連分野 人間科学関連分野	1 2 3
	教育学部 中学校コース （数学科教育分野）	4 5 6 7 8 9
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B	理学部 物理学科，化学科 生物学科，地球科学科	4 5 6 7 8
	工学部 園芸学部 園芸学科，応用生命化学科， 緑地環境学科 薬学部 先進科学プログラム 物理学関連分野 工学関連分野	
	理学部 数学・情報数理学科	4 5 6 7 8 10
	医学部	6 7 8 10 11

6 袋の中に1から5までの整数が書かれたカードが1枚ずつ入っている。その中から1枚取り出して戻すという試行を繰り返す。 n 回目に取り出したカードに書かれた整数を a_n とし、 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ とする。 n 回目に初めて S_n が3の倍数になる確率を p_n とする。

(1) p_2, p_3 を求めよ。

(2) $n \geq 2$ のとき、 p_n を求めよ。

(3) $n \geq 4$ とする。 S_1, S_2, S_3 が3の倍数でなく $a_3 = 5$ であったとき、 n 回目に初めて S_n が3の倍数になる条件付き確率 q_n を求めよ。

- 7** a は 0 でない定数とする。2つの放物線 $y = x^2$ と $x = \frac{1}{2a}y^2 + \frac{3a}{4}$ の両方に接する直線がちょうど 3 本となるような a の範囲を求めよ。

8 複素数平面上で複素数 $0, \sqrt{3}, \sqrt{3}+i$ を表す点をそれぞれ A_1, B_0, B_1 とする。正の整数 n に対して、点 A_{n+1} は線分 $A_n B_n$ の中点とし、点 B_{n+1} は直線 $A_n B_n$ に関して点 B_{n-1} の反対側にあり、三角形 $A_{n+1} B_n B_{n+1}$ が三角形 $A_1 B_0 B_1$ と相似になるものとする。点 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) が表す複素数を z_n とする。

(1) 複素数 z_3 を求めよ。

(2) 複素数 z_6 を求めよ。

(3) 正の整数 m に対して、複素数 z_{6m} の実部と虚部をそれぞれ求めよ。

9 正の整数 n に対して,

$$a_n = \sum_{k=0}^n {}^nC_k, \quad b_n = \sum_{k=0}^n {}^nC_k k, \quad c_n = \sum_{k=0}^n \frac{{}^nC_k}{k+1}, \quad d_n = \sum_{k=0}^n {}^nC_k k^2$$

とする。

(1) a_n を求めよ。

(2) b_n を求めよ。

(3) c_n を求めよ。

(4) d_n を求めよ。

(5) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{c_n d_n}$ を求めよ。

- 10** 有理数 a, b に対して, $(a+bi)^2$ の実部と虚部が整数ならば a, b は整数であることを証明せよ。ただし, i は虚数単位である。

11 定義域を $0 \leq x \leq 1$ とする関数 $f_n(x)$ と $f(x)$ を以下で定める。

$$f_1(x) = 0, \quad f_{n+1}(x) = \int_0^x (f_n(t) - 1)^2 dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

(1) 正の整数 n に対して, 不等式

$$0 \leq f_n(x) \leq 1 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) 正の整数 n に対して, 不等式

$$(-1)^n f_n(x) \geq (-1)^n f(x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 実数 a ($0 \leq a \leq 1$) に対して, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(a)$ を求めよ。