鹿児島大学　医学部 歯学部
前期

数　学

〔理学部（数理情報科学科・物理科学科・地球環境科学科）・医学部・歯学部・工学部〕

注意事項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は4ページである。
3. 問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{5}$ の5題ある。
4. 解答用紙は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{5}$ のそれぞれについて1枚ずつ計5枚ある。
5. $\boxed{3}$ は選択問題であるから，解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら，まず，黒板等に掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が，自分に配付された数と合っているか確認し，もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に，解答用紙をミシン目に沿って落ち着いて丁寧に別々に切り離し，学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから，解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は，必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし，裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は，論証および計算の進め方がはっきり分かるように，順序よく的確に表現すること。また，文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 関数$f(x)=|x-1|-2$について，次の各問いに答えよ。

(a) $y=f(x)$のグラフを描け。

(b) $|f(x)|>1$となるxの範囲を求めよ。

(2) 実数aは$\sqrt{2}<a$を満たすとする。$\sqrt{2}<\dfrac{a}{2}+\dfrac{1}{a}<a$を示せ。

(3) 次の等式を満たす関数$f(x)$を求めよ。

$$f(x)=2x^2-3\int_{-1}^{0}xf(t)\,dt-\int_{0}^{1}f(t)\,dt$$

2 関数$y=\cos 2\theta-a\sin\theta+2$ $(0\leqq\theta<2\pi)$について，次の各問いに答えよ。ただし，aは正の定数とする。

(1) $t=\sin\theta$とするとき，yをtを用いて表せ。

(2) yの最大値Mと最小値mを，それぞれaを用いて表せ。また，そのときのtの値も求めよ。

$\boxed{3}$ 次の $\boxed{3-1}$ $\boxed{3-2}$ $\boxed{3-3}$ から１題を選択して解答せよ。
解答用紙の所定の欄に，解答する問題の番号を記入すること。

$\boxed{3-1}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ がある。

$$a_1 = 2,\ b_1 = 1,$$
$$a_{n+1} = 2a_n + 3b_n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$
$$b_{n+1} = a_n + 4b_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

次の各問いに答えよ。

(1) $c_n = a_n - b_n$ によって定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
(2) $d_n = a_n + 3b_n$ によって定められる数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。
(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{3-2}$ 一辺の長さが１の立方体 OABC-DEFG において，線分 BF を２：１に内分する点を P，線分 EF の中点を Q とする。また，線分 OF と平面 PQG の交点を R とする。次の各問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を，$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\vec{d} = \overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を用いて表せ。
(2) $\overrightarrow{\mathrm{OR}} = s\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を満たす実数 s を求めよ。
(3) $\triangle\mathrm{PQG}$ の重心を S とするとき，線分 RS の長さを求めよ。

◇M6(704—51)

3 — 3　1枚のコイン投げを$2n$回行う。この$2n$回のコイン投げで，表が出る合計回数をXとする。ただし，コインの表と裏の出る確率は等しいとする。次の各問いに答えよ。

(1) Xの期待値と標準偏差をそれぞれ求めよ。

(2) $\dfrac{P(X=k+1)}{P(X=k)}$を求めよ。ただし，$k=0, 1, 2, \cdots, 2n-1$とする。

(3) $P(X=k)$を最大にするkの値を求めよ。

(4) $n=200$とする。試行回数が大きいとき，Xの確率分布は正規分布で近似できることが知られており，試行回数400はこのような近似が成り立つのに十分大きいとみなせる。このことを利用して，Xの値が

$$190 \leqq X \leqq 210$$

となる確率の近似値を求めよ。ただし，標準正規分布に従う確率変数Zに対する$P(Z>1)$の近似値としては0.159を用いよ。

4 Oを原点とする座標平面において，C_1を曲線$\dfrac{x^2}{3^2}+y^2=1$，C_2を直線$y=2$とする。点Pは第1象限にあるC_1上のある点とし，点PにおけるC_1の接線をℓ，この接線ℓとC_2との交点をQとおく。次の各問いに答えよ。

(1) 点Pの座標をP($3\cos\theta$，$\sin\theta$)と表すとき，接線ℓの方程式，および点Qの座標をθを用いて求めよ。

(2) △POQの面積を最小にする点Pの座標，および接線ℓの方程式を求めよ。

(3) (2)のとき，曲線C_1で囲まれた図形と△POQとの共通部分の面積を求めよ。

5 Oを原点とする複素数平面において，4点O，A，B，Cが，時計の針の回転と逆の向きに正方形をなすとする。複素数z，wを表す点P(z)，Q(w)が，点A，B，Cのいずれかに一致しているとき，次の各問いに答えよ。

(1) z，wが条件$0<\arg\left(\dfrac{w}{z}\right)\leqq\dfrac{\pi}{2}$を満たすとする。このとき，点P，Qは点A，B，Cのいずれに一致しうるか，条件を満たすP，Qの組をすべて求めよ。

(2) z，wが(1)の条件に加え，さらに$w=z^2$を満たすとする。このとき，(1)で求めたP，Qのそれぞれの組に対して，複素数zの値を求め，対応する正方形OABCを複素数平面上に図示せよ。