

鹿児島大学 一般前期

数 学

〔理学部(数理情報科学科・物理科学科・地球環境科学科)・医学部(医学科)・歯学部・工学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は4ページである。
3. 学部名と受験番号を、必ず5枚の解答用紙のそれぞれに記入すること。
4. 解答用紙は切り離して使用すること。
5. 解答は、所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし、裏面には決して記入しないこと。
6. 問題は、 ～ の5題ある。
7. 解答用紙は、 ～ のそれぞれについて1枚ずつ計5枚ある。
8. は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
9. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) KADAI という語の 5 文字を並べて得られる順列のうち、2 つの A が隣り合わないものの総数を求めよ。
- (2) $x^2 - 9x + 14 > 0$ を満たさない整数 x で、3 の倍数でないものをすべて求めよ。
- (3) 三角形 ABC において、辺 AB の中点を D、辺 AC の中点を E とする。
BE = CD ならば AB = AC であることを示せ。

2 x の関数 $f(x) = 8^x + 8^{-x} - 9(4^x + 4^{-x}) + 27(2^x + 2^{-x}) - 26$ について、次の各問いに答えよ。

- (1) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおく。 $f(x)$ を t の関数として表したものを $g(t)$ とするとき、 $g(t)$ を求めよ。
- (2) $t = 2^x + 2^{-x}$ のとる値の範囲を求めよ。
- (3) t が (2) で求めた範囲を動くとき、関数 $y = g(t)$ の増減を調べよ。
- (4) $x \geq 0$ のとき、関数 $f(x)$ の最小値とその最小値を与える x の値を求めよ。

3 平面上に互いに異なる3点 O, A, B があり, それらは同一直線上にはないものとする。 $OA = 2, OB = 3$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし, その内積を $\vec{a} \cdot \vec{b} = t$ とおく。 $\angle AOB$ の二等分線と線分 AB との交点を C とし, 直線 OA に関して点 B と対称な点を D とする。このとき, 次の各問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OC} を \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OD} を t, \vec{a}, \vec{b} を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OD}$ となるとき, $\angle AOB$ と OC を求めよ。

4 次の各問いに答えよ。ただし, e は自然対数の底とする。

- (1) n を自然数とする。 x の関数 $f(x) = x^n e^{1-x}$ について, $0 < x < 1$ ならば $0 < f(x) < 1$ であることを示せ。
- (2) 自然数 n に対して $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$ とおくと, I_1 を求めよ。さらに, I_{n+1} と I_n の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) (2) の I_n に対して $a_n = \frac{I_n}{n!}$ とおくと, $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k!} = a_1 - a_n$ であることを示せ。
- (4) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!}$ とおくと, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = e - 1$ であることを示せ。

- 5 次の4問のうちから1問を選択して解答せよ。解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

5—1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ と自然数 n について、次の各問いに答えよ。

- (1) 次の等式を満たす α, β, p, q を求めよ。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。

$$A \begin{pmatrix} p \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} p \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (2) (1) で求めた p に対して $A^n \begin{pmatrix} p \\ 1 \end{pmatrix}$ を求めよ。

- (3) A^n を求めよ。

5—2 極方程式 $r = \frac{a}{2 + \cos \theta}$ で与えられる2次曲線がある。ただし、 a は正の定数とする。このとき次の各問いに答えよ。

- (1) この2次曲線を直角座標 (x, y) に関する方程式で表せ。

- (2) (1) で求めた2次曲線を x 軸方向に $\frac{a}{3}$ だけ平行移動した2次曲線を C で表す。 C を直角座標 x, y の方程式で表せ。また、この2次曲線 C は x 軸と2点 A と B で交わる。この2点 A, B の座標を求めよ。ただし、 B の x 座標は正とする。

- (3) (2) で求めた2次曲線 C 上の x 軸上にない点 $P(\alpha, \beta)$ から x 軸に下ろした垂線を PH とする。さらに P と x 軸に関して対称な点を Q とするとき、次の値は定数であることを証明せよ。

$$\frac{PH \cdot QH}{AH \cdot BH}$$

5—3

1個買うごとに景品を1個もらえる商品がある。景品は全部で n 種類あり、それぞれ1から n までの番号がつけてある。また、1から n までの数字が1つずつ記入された n 枚のカードがある。 n 枚のカードは外から数字が見えない箱の中に入れてあり、購入した商品1個ごとに箱の中から1枚引いて数字を確認して景品と交換する。引いたカードは、そのつど箱に戻すものとする。もらえる景品の番号は、引いたカードの数字と同じ番号のものとする。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) この商品を m 個購入したとき、番号1の景品が少なくとも1個もらえる確率を求めよ。ただし、 $m > n$ とする。
- (2) この商品を n 個購入したとき、全種類の景品がそろわない確率を求めよ。
- (3) この商品を $n + 1$ 個購入したとき、全種類の景品がもらえる確率を求めよ。

5—4

確率変数 Z が標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うとき、

$$P(Z > 1.96) = 0.025, \quad P(Z > 2.58) = 0.005, \quad \frac{2.58}{1.96} \doteq 1.32$$

であるとして、次の各問いに答えよ。

- (1) 確率変数 X のとる値 x の範囲が $-1 \leq x \leq 1$ で、その確率密度関数が $f(x) = k(1 - x^2)$ で与えられている。このとき、定数 k の値と X の平均を求めよ。
- (2) 母平均 m 、母標準偏差 10 の母集団から大きさ 100 の無作為標本を抽出し、その標本平均を \bar{X} とする。標本の大きさ 100 は十分大きい数であるとみなせるとする。
 - (a) 標本平均 \bar{X} を用いて、母平均 m の信頼度 95 % の信頼区間を求めよ。
 - (b) 母平均 m を信頼度 99 % の信頼区間を用いて区間推定するとき、信頼区間の幅を (a) で求めた幅より小さくするためには、標本の大きさ n をいくつ以上にとればよいか求めよ。

注意 学部名と受験番号を記入せよ。

学 部 名 _____ 学部

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--

数学解答用紙 (全5枚) その1 [理(数理・物理・地環)・医(医)・歯・工]

集 計 点

1 小問の番号 (1), (2), ... を必ず明記して解答すること。

--

(解答欄)

見
本

注意 学部名と受験番号を記入せよ。

学 部 名 _____ 学部

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--

数学解答用紙 (全5枚) その2 [理(数理・物理・地環)・医(医)・歯・工]

集 計 点

2 小問の番号 (1), (2), ... を必ず明記して解答すること。

--

(解答欄)

見
本

注意 学部名と受験番号を記入せよ。

学 部 名 _____ 学部

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--

数学解答用紙 (全5枚) その3 [理(数理・物理・地環)・医(医)・歯・工]

集 計 点

3 小問の番号 (1), (2), … を必ず明記して解答すること。

--

(解答欄)

見
本

注意 学部名と受験番号を記入せよ。

学 部 名 _____ 学部

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--

数学解答用紙 (全5枚) その4 [理(数理・物理・地環)・医(医)・歯・工]

集 計 点

4 小問の番号 (1), (2), ... を必ず明記して解答すること。

--

(解答欄)

見
本

注意 学部名と受験番号を記入せよ。

学 部 名 _____ 学部

受験番号

--	--	--	--	--	--	--	--

数学解答用紙 (全5枚) その5 [理(数理・物理・地環)・医(医)・歯・工]

集 計 点

5

解答する問題の番号記入欄

5—

小問の番号 (1), (2), … を必ず明記して解答すること。

--

(解答欄)

見
本

鹿児島大学 一般前期

数学出題意図及び正解・解答例

理学部 (数理情報科学科・物理科学科・
地球環境科学科), 医学部 (医学科),
歯学部, 工学部

1 【出題意図及び解答例】

- (1) 【出題意図】 簡単な場合の数を求める力を問うた。
(解)

答 36.

- (2) 【出題意図】 否定命題を正しく理解しているかを問うた。
(解)

答 2, 4, 5, 7.

- (3) 【出題意図】 三角形の基本的な性質を理解し、運用できるかを問うた。
(解答省略)

2 【出題意図及び解答例】 指数関数の基本的な性質と、三次関数のグラフの増減に関する基本的理解を問うた。

(1) (解)

答 $g(t) = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$

(2) (解)

答 $t \geq 2$

(3) (解答省略)

(4) (解)

答 関数の最小値は8, そのときの x の値は $x = \log_2(2 + \sqrt{3})$

3 【出題意図及び解答例】 ベクトル, 内積の正しい理解と運用能力を問うた。

(1) (解)

$$\underline{\text{答 } \vec{OC} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}}$$

(2) (解)

$$\underline{\text{答 } \vec{OD} = \frac{t}{2}\vec{a} - \vec{b}}$$

(3) (解)

$$\underline{\text{答 } \angle AOB = \frac{\pi}{3}, OC = \frac{6}{5}\sqrt{3}}$$

4 【出題意図及び解答例】 定積分の基本的な性質と数列についての基本的理解を問うた。

(1) (解答省略)

(2) (解)

$$\text{答 } I_1 = e - 2, I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$$

(3) (解答省略)

(4) (解答省略)

5-1 【出題意図及び解答例】 行列の積と逆行列を理解しているかを問うた。

(1) (解)

$$\underline{\text{答 } \alpha = 2, \beta = 3, p = -2, q = -1}$$

(2) (解)

$$\underline{\text{答 } A^n \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2^n \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}}$$

(3) (解)

$$\underline{\text{答 } A^n = \begin{pmatrix} 2^{n+1} - 3^n & 2^{n+1} - 2 \cdot 3^n \\ -2^n + 3^n & -2^n + 2 \cdot 3^n \end{pmatrix}}$$

5-2 【出題意図及び解答例】極座標と直交座標に関する基本的な理解と、楕円の性質を具体的な計算により導出できるかを問うた。

(1) (解)

$$\underline{\text{答 } 3\left(x + \frac{a}{3}\right)^2 + 4y^2 = \frac{4}{3}a^2}$$

(2) (解)

$$\underline{\text{答 } 3x^2 + 4y^2 = \frac{4}{3}a^2, \quad A\left(-\frac{2a}{3}, 0\right), \quad B\left(\frac{2a}{3}, 0\right)}$$

(3) (解答省略)

5-3 【出題意図及び解答例】 具体的な個数が与えられない状況下での、順列・組合せおよび確率の理解と運用について問うた。

(1) (解)

$$\text{答 } \frac{1 - \left(\frac{n-1}{n}\right)^m}{1}$$

(2) (解)

$$\text{答 } \frac{1 - \frac{n!}{n^n}}{1}$$

(3) (解)

$$\text{答 } \frac{(n+1)!}{2n^n}$$

5-4 【出題意図及び解答例】確率密度関数，正規分布，母集団と標本など確率統計の理解度を問うた。

(1) (解)

$$\underline{\text{答 } k = \frac{3}{4}, E(X) = 0}$$

(2) (a) (解)

$$\underline{\text{答 } \bar{X} - 1.96 \leq m \leq \bar{X} + 1.96}$$

(b) (解)

$$\underline{\text{答 } n \geq 175}$$