鳥取大学

数学

問題

2019年度入試

【学部】 地域学部、医学部、工学部、農学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【試験時間】 120分

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕　工・医（生命科学・保健）学部は 1 ～ 4，医（医）学部は 2 (2)，3 ～ 5，農・地域学部は 1，6 ～ 8 を解答すること．

1 座標 $(1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(2,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 1)$，$(3,\ 2)$，$(3,\ 3)$ で表される９つの格子点について考える．この中から３つの異なる格子点を選び出し，これらを直線で結んで図形を作ることを考える．以下の問いに答えよ．

(1) ３つの格子点の選び方は全部で何通りあるか．

(2) (1) の組合せがすべて等しい確率で選ばれるとき，選ばれた３点が三角形をなす確率を求めよ．

(3) (1) の組合せがすべて等しい確率で選ばれるとき，選ばれた３点が鈍角三角形をなす確率を求めよ．

2 三角形ABCの辺ACを $1:2$ に内分する点をQ，辺BCを $m:n$ $(m>0,\ n>0)$ に内分する点をP，線分APと線分BQの交点をRとする．点Rを通る直線が，辺AB，ACとそれぞれ点D，Eで交わるものとする．また，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ とする．次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ を，m，n，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $k=\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}}+\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AE}}$ とする．k が点Dの線分AB上での位置によらず一定であるような m と n の関係を示し，そのときの k を求めよ．

3 $0<k<1$ とする．$0\leqq x<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲において，２つの曲線 $y=\sin 2x$ と $y=2k\tan x$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

4 xy 平面上において，極方程式 $r=\dfrac{4\cos\theta}{4-3\cos^2\theta}$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される曲線を C とする．

(1) 曲線 C を直交座標に関する方程式で表せ．

(2) 曲線 C で囲まれた部分を x 軸の周りに一回転してできる立体の体積を求めよ．

(3) 曲線 C で囲まれた部分を y 軸の周りに一回転してできる立体の体積を求めよ．

5 関数 $f(x)$ は，$x>-2$ で連続な第２次導関数 $f''(x)$ をもつ．また，$x>0$ において $f(x)>0$，$f'(x)>0$ を満たし，任意の正数 t に対して点 $(t,\ f(t))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線と x 軸との交点Pの x 座標が $-\displaystyle\int_0^t f(x)\,dx$ に等しい．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式を求めよ．

(2) $f'(0)=\dfrac{1}{2}$，$f(0)=0$ のとき，$f'(x)$，$f(x)$ を求めよ．

6 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

$$a_1=2,\quad a_{n+1}-a_n=\left(1+\frac{2}{n}\right)a_n\qquad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ．

(1) 第 n 項 a_n を n を用いて表せ．

(2) 初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n を求めよ．

(3) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n=\left(n+\dfrac{1}{n}\right)a_n$ によって定めるとき，この数列の初項 b_1 から第 n 項 b_n までの和 T_n を求めよ．

7 ある工場では，２種類の製品X，Yを生産している．X，Yともに，２種類の原料A，Bを使って生産することができ，製品Xを生産するためには1kgあたり原料Aを1kg，原料Bを3kg必要とする．同様に，製品Yを生産するためには1kgあたり原料Aが2kg，原料Bが1kg必要である．なお，使える原料の量には上限があり，原料Aは10kg，原料Bは15kgである．また，製品Xを販売することで1kgあたり p 万円，製品Yを販売することで1kgあたり q 万円の利益が得られる．工場は，できるだけ多くの利益が得られるように製品X，Yの生産を行いたいと考えている．製品Xの生産量を x kg，製品Yの生産量を y kgとするとき，以下の問いに答えよ．ただし，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ とする．

(1) 工場の利益を表す式を p，q，x，y を用いて表せ．

(2) $(x,\ y)$ が満たす条件を連立不等式を用いて表し，それらが表す領域を図示せよ．

(3) $p=5$，$q=4$ のとき，工場の利益を最大にする $(x,\ y)$ を求めよ．

(4) どちらか１種類の製品のみを生産することが工場の利益を最大にする場合，p が満たすべき条件を q を用いて表せ．

8 xy 平面において，原点Oを中心とする半径 a の円がある．点 $\mathrm{A}(a,\ 0)$，点 $\mathrm{B}(-a,\ 0)$ とし，点Pが正の向き（反時計回り）に毎分５回転の速さでこの円周上を動く．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 点Pが円周上の点Aから出発するとき，t 秒後の三角形ABPの面積を t を用いて表せ．

(2) 点Pが円周上の点 $\mathrm{C}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,\ \dfrac{1}{2}a\right)$ から出発するとき，t 秒後の点Pの y 座標を t を用いて表せ．

(3) (2) で求めた式のグラフをかけ．