

鳥取大学

数学

問題

2018年度入試

【学部】 地域学部、医学部、工学部、農学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕 工・医（生命科学・保健）学部は **1**～**4**、医（医）学部は **1** (2), **2**, **4**, **5**、農・地域学部は **2**, **6**, **7**, **8** を解答すること。



「過去問ライブラリー」は、（株）旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、（株）旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 複素数平面上の点 z ($z \neq 0$) に対して, $w = \frac{1}{z}$ で表される点 w がある. 以下の問いに答えよ. ただし, i は虚数単位とする.
- (1) 実数 x, y, u, v に対して $z = x + iy, w = u + iv$ とするとき, x, y をそれぞれ u と v を用いて表せ.
 - (2) 複素数平面上の 2 点 $z_1 = 1$ と $z_2 = i$ を結ぶ線分上を点 z が動くとき, 点 w はどのような図形を描くか図示せよ.
- 2 原点を O とする座標空間内の 3 点 $A(-3, -3, 1), B(3, -3, -5), C(-1, 1, 3)$ を頂点とする三角形 ABC において, 点 A から直線 BC に下ろした垂線を AH とする. また, 平面 ABC に垂直なベクトル $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ と同じ向きに, 点 H から距離 d だけ進んだ点を P とする. 以下の問いに答えよ. ただし $|\vec{v}| = 1$ とし, $v_1 > 0$ とする.
- (1) \overrightarrow{OH} を求めよ.
 - (2) $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ を求めよ.
 - (3) $d = 2$ のとき, 三角形 PBC の面積を求めよ.
 - (4) 三角形 PBC の面積を S , 三角形 PAB の面積を T , 三角形 PAC の面積を U とする. $S^2 = T^2 - U^2$ となる d を求めよ.
- 3 以下の問いに答えよ. ただし, 必要ならば, k を自然数とすると, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^k}{e^t} = 0$ であることを用いてよい.
- (1) 関数 $y = x^3 e^{-x^2}$ の極値を求め, そのグラフをかけ.
 - (2) 極限值 $\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^r x^3 e^{-x^2} dx$ を求めよ.
- 4 t を 1 でない実数とすると, $x \geq 0$ の範囲において, 2 つの曲線 $y = x^3 - x$ と $y = t^3 x^3 - tx$ で囲まれた部分の面積を $F(t)$ とする. 以下の問いに答えよ.
- (1) $F(t)$ を求めよ.
 - (2) 関数 $F(t)$ の極値を求めよ.
- 5 0 以上の整数 n に対し, $I_n = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^r x^{2n+1} e^{-x^2} dx$ とおくと, 以下の問いに答えよ. ただし, 必要ならば, k を自然数とすると, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^k}{e^t} = 0$ であることを用いてよい.
- (1) 関数 $y = x^{2n+1} e^{-x^2}$ の極値を求め, そのグラフをかけ.
 - (2) I_0, I_1 を求めよ.
 - (3) I_n を求めよ.
- 6 以下の問いに答えよ.
- (1) $\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ.
 - (2) 有理数 a, b, c, d に対して, $a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3}$ ならば, $a = c$ かつ $b = d$ であることを示せ.
 - (3) $(a + \sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) = 9 + 5\sqrt{3}$ を満たす有理数 a, b を求めよ.
- 7 整数 n に対して,
- $$x + y + z = n \quad \dots\dots(*)$$
- を満たす自然数の組 (x, y, z) について, 以下の問いに答えよ.
- (1) $n = 8$ のとき, $(*)$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を求めよ.
 - (2) $(*)$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を n を用いて表せ.
 - (3) $x + y + z \leq n$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を n を用いて表せ.
- 8 曲線 $C: y = -x^2 + b$ について, C 上の 2 点 $(p, -p^2 + b), (q, -q^2 + b)$ における接線をそれぞれ l, m とする. l と m が直交し, かつ, その交点の y 座標が負であるとき, 以下の問いに答えよ. ただし, b, p, q は実数で, $q - p = 2\sqrt{3}$ とする.
- (1) b の満たす条件を求めよ.
 - (2) 曲線 C と 2 本の接線 l, m で囲まれた部分の面積を A とするとき, A の値を求めよ.
 - (3) x 軸と 2 本の接線 l, m で囲まれた部分の面積を B とする. $A = B$ となるときの b の値を求めよ.