大学受験パスナビ　過去問ライブラリー
Powered by 全国大学入試問題正解

鳥取大学

数学

問題

2014年度入試

【学部】　地域学部、医学部、工学部、農学部

【入試名】　前期日程

【試験日】　2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕　地域学部は 1 ～ 4，工・医（生命科学）・農学部は 1，5 ～ 7，医（医）学部は 3，5，6 (1) (3) (4)，8 を解答すること．

旺文社 Obunsha

「過去問ライブラリーは、（株）旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、（株）旺文社または各情報提供者に帰属します。
本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。
各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。
掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日　【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20【2019年】6/20

1 方程式 $2(4^x+4^{-x})-9(2^x+2^{-x})+14=0$ について，次の問いに答えよ．

(1) $2^x+2^{-x}=t$ とおいて t の満たす方程式を求めよ．

(2) t の値を求めよ．

(3) x の値を求めよ．

2 x 軸の正の部分を動く点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$（$t>0$）と 2 点 $\mathrm{A}(0,\ 3)$，$\mathrm{B}(0,\ 7)$ がある．

(1) 3 点 A，B，P を通る円の中心の座標を t を用いて表せ．

(2) 2 点 A，B を通り，x 軸の正の部分に接する円の方程式を求めよ．

(3) $\angle\mathrm{APB}$ の大きさを最大にする点 P の座標を求めよ．

3 実数の定数 a，b に対し，関数 $f(x)=\sin^2 2x-a(4\cos^2 x-\cos 2x-2)+b$ が与えられている．

(1) $t=\cos 2x$ として $f(x)$ を t，a，b を用いて表せ．

(2) すべての実数 x に対して不等式 $-1\leqq f(x)\leqq 3$ が成り立つような点 $(a,\ b)$ の範囲を図示せよ．

4 自然数 n に対して，1 から $2n$ までのすべての自然数を次の条件（ア）および（イ）を満たすように並べた順列 $[i_1,\ i_2,\ i_3,\ i_4,\ \cdots,\ i_{2n-1},\ i_{2n}]$ の総数を $f(n)$ とする．

（ア）$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ に対して　$i_{2k-1}<i_{2k}$

（イ）$n\geqq 2$ ならば　$i_1<i_3<\cdots<i_{2n-1}$

たとえば $n=1$ のとき条件（ア）を満たす順列は $[1,\ 2]$ のみであるから $f(1)=1$ となる．

(1) $f(2)$，$f(3)$ を求めよ．

(2) $n=2,\ 3,\ \cdots$ とするとき，$f(n)$ と $f(n-1)$ の間の関係式を求めよ．

(3) $f(n)$ を求めよ．

5 実数 a，b，θ に対して，行列 A，R を以下のように定める．

$$A=\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix},\quad R=\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

また xy 平面内の相異なる 2 点 $\mathrm{P}_0(p_x,\ p_y)$ および $\mathrm{Q}_0(q_x,\ q_y)$ を考える．0 以上の整数 n に対し，行列 A^n の表す 1 次変換による点 P_0，Q_0 の像をそれぞれ P_n，Q_n とし，2 点 P_n，Q_n 間の距離を D_n とする．ただし A^0 は単位行列とする．

(1) D_0 を p_x，p_y，q_x，q_y を用いて表せ．

(2) 正の実数 s に対して，$sR=A$ が成り立つとき，s を a，b を用いて表せ．

(3) D_n と D_0 の比 $\dfrac{D_n}{D_0}$ を a，b を用いて表せ．

6 1 以上の整数 p，q に対し，$B(p,\ q)=\displaystyle\int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}\,dx$ とおく．次の問いに答えよ．

(1) $B(p,\ q)=B(q,\ p)$ が成り立つことを示せ．

(2) 関係式

$$B(p,\ q+1)=\frac{q}{p}B(p+1,\ q)\qquad B(p+1,\ q)+B(p,\ q+1)=B(p,\ q)$$

が成り立つことを示せ．

(3) 関係式

$$B(p+1,\ q)=\frac{p}{p+q}B(p,\ q)\qquad B(p,\ q+1)=\frac{q}{p+q}B(p,\ q)$$

が成り立つことを示せ．

(4) $B(5,\ 4)$ を求めよ．

7 $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対して，関係式

$$\frac{x^2}{(\cos\theta+2)^2}+\frac{y^2}{(\sin\theta+3)^2}=1$$

を満たす第 1 象限内の点で，積 xy の値を最大にする点を $\mathrm{P}(\theta)$ とする．

(1) $\mathrm{P}(0)$ の座標を求めよ．

(2) $\mathrm{P}(\theta)$ $\left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\right)$ の軌跡の方程式を求めよ．

© Obunsha Co.,Ltd. Powered by 全国大学入試問題正解

8 a，b を正の実数とする．xy 平面内の楕円 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上の点 P における C の接線を l とする．P を媒介変数表示により $\mathrm{P}(a\cos t,\ b\sin t)$ $(0 \leqq t < 2\pi)$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 直線 l の方程式を求めよ．

(2) t が $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲にあるとき，直線 l に直交し，楕円 C 上の点 $\mathrm{Q}(a\cos\theta,\ b\sin\theta)$ $(0 < \theta < \pi)$ で C に接する直線を m とする．接点 Q の座標を a，b，t を用いて表し，直線 m の方程式を求めよ．

(3) t が $0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲にあるとき，直線 l と (2) で求めた直線 m との交点を R とする．線分 OR の長さを求めよ．ただし O は原点とする．

© Obunsha Co.,Ltd. Powered by 全国大学入試問題正解