

# 高知大学

平成 28 年度 入学試験問題(前期日程)

## 数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

理学部(理学科・応用理学科)  
医学部(医学科)

問題冊子 問題…… 

1
---

 ~ 

4
---

 ページ…… 1 ~ 2  
解答用紙…… 4 枚  
下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。  
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1 実数の定数  $a$  に対し, 二つの関数  $f(x) = x^2 - 4ax + 1$  および  $g(x) = |x| - a$  を考える。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $a = 1$  のとき,  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフを描け。
- (2)  $f(x) > 0$  が  $-4 < x < 4$  をみたすすべての  $x$  に対して成り立つような  $a$  の範囲を求めよ。
- (3)  $f(x) > 0$  または  $g(x) > 0$  が,  $-4 < x < 4$  をみたすすべての  $x$  に対して成り立つような  $a$  の範囲を求めよ。

(100 点)

2 実数の定数  $k$  に対して,  $f(x) = |5 \sin(kx) - 6 \cos(x^2) + 7|$  とおく。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) すべての  $x$  に対して,  $f(x) \leq 18$  であることを示せ。
- (2)  $k = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  のとき,  $f(x) = 18$  となる  $x$  の値の例を一つあげよ。
- (3)  $k = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$  のとき,  $f(x) = 18$  となる  $x$  の値は存在しないことを示せ。
- (4)  $f(x) = 18$  となる  $x$  が存在するような  $k$  の値をすべて求めよ。

(100 点)

- 3 ある箱に1から5までの整数のうちひとつが書かれたカードがそれぞれ1枚入っている。そこから1枚カードをひき、数字を確認してから元の箱に戻す。このような操作を繰り返したとき、 $k$ 回目に取り出したカードの数字を  $A_k$  とし、

$$T_n = \sum_{k=1}^n A_k$$

とする。このとき、 $T_n$ が奇数となる確率を  $p_n$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $p_{n+1}$  を  $p_n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{p_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めよ。

(100点)

- 4 自然数  $n$  と多項式  $f(x)$  に対して、 $a_n = \int_{-1}^1 x^{n-1} f(x) dx$  で与えられる数列  $\{a_n\}$  を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  が2次式で  $a_1 = 0$  のとき、 $a_3 \neq 0$  を示せ。
- (2)  $f(x)$  が2次式で  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 0$ ,  $a_3 = \frac{3}{5}$  のとき、一般項  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $f(x)$  を  $k$ 次式とする。 $f(x)$  の係数の絶対値のうち最大なものを  $M$  とおくと、任意の自然数  $n$  に対して、 $|a_{2n}| \leq \frac{(k+1)M}{2n+1}$  が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の多項式  $f(x)$  に対して  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  が成り立つことを示せ。

(100点)