高知大学

平成 27 年度　入学試験問題(前期日程)

数　　学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間　120 分

理学部(理学科・応用理学科)
医学部(医学科)

問題冊子　　　**問題……** $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{4}$　　**ページ…… 1 〜 2**

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

$\boxed{1}$ **の解答要領**……小問(1)は必答であり，小問(2)は(i)〜(iii)から 1 題選択して解答すること。(2)は解答した問題番号を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

配　　点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に，問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
   なお，解答用紙には，必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは，切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は，持ち帰らないこと。
7. 試験終了後，問題冊子，下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後，指示があるまでは退室しないこと。

1 次の問いに答えよ。

(1) $|x+1|<\dfrac{1}{2}$，$|y-2|<\dfrac{1}{3}$ のとき

$$|-8x^3+12xy+3y^2+4|<10$$

を示せ。

(2) 次の3題(i)～(iii)から1題選択して解答せよ。解答した問題番号を解答用紙の所定の箇所に記入すること。

(i) 12個のサイコロを同時に投げたとき，1の目がちょうど n 個出る確率を P_n とする。P_n は $n=2$ のとき最大になることを示せ。

(ii) a を正の整数とし，p，q を素数とする。このとき，2次方程式

$$ax^2-px+q=0$$

の2解が整数となるような組 $(a,\ p,\ q)$ をすべて求めよ。

(iii) △ABC の辺 BC 上に，異なる2点 X，Y を，BXYC の順に並ぶように選ぶ。X を通り AB に平行な直線と，Y を通り AC に平行な直線との交点を P とし，直線 AP と辺 BC との交点を Z とする。このとき

$$\frac{\mathrm{CY}}{\mathrm{BX}}=\frac{\mathrm{YZ}}{\mathrm{XZ}}$$

となることを示せ。

(100点)

2 関数 $f(x)=nx^2-2(a_1+a_2+\cdots+a_n)x+(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)$ を考える。ただし，n は正の整数で，a_1，a_2，$\cdots$，a_n は実数である。次の問いに答えよ。

(1) $n=1$ および $n=2$ のとき，常に $f(x)\geqq 0$ であることを示せ。

(2) すべての n に対し，常に $f(x)\geqq 0$ であることを示せ。

(3) $(a_1+a_2+\cdots+a_n)^2\leqq n(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)$ であることを示せ。

(4) $(a_1+a_2+\cdots+a_n)^2=n(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2)$ であれば，a_1，a_2，$\cdots$，a_n はすべて等しいことを示せ。

(100点)

3　cを実数として，次の条件(イ)，(ロ)によって定められる数列$\{a_n\}$がある。

(イ)　$a_1 = 0$

(ロ)　$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対し

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + c & (a_n < 5 \text{ のとき}) \\ a_n - 5 & (5 \leqq a_n < 10 \text{ のとき}) \\ 2a_n - c + 1 & (a_n \geqq 10 \text{ のとき}) \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

(1)　$c = 5$のとき，$\{a_n\}$を求めよ。

(2)　$c = 10$のとき，$\{a_n\}$を求めよ。

(3)　$c < 5$のとき，$a_n < 10$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）を示せ。

(4)　$c = \dfrac{16}{3}$のとき，$a_n > 1000$をみたす最小のnを求めよ。

(100 点)

4　次の問いに答えよ。ただし，aは正の実数で$a \neq 1$とする。

(1)　$a^x = e^{f(x)}$をみたす関数 $f(x)$ を求めよ。

(2)　不定積分$\int a^x\,dx$を求めよ。

(3)　$3^{|1-x|}(1 + |y|) \leqq 3$をみたす実数の組（$x$，$y$）の範囲を$xy$平面上に図示せよ。

(4)　(3)で図示された範囲の面積を求めよ。

(100 点)