

# 高知大学

平成 25 年度 入学試験問題(前期日程)

## 数 学

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 III ・ 数学 A ・ 数学 B ・ 数学 C)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)  
医学部(医学科)

問題冊子                      問題…… 

1
---

 ~ 

4
---

                      ページ…… 1 ~ 2  
解答用紙…… 4 枚  
下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。  
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1 座標平面において、点  $(0, 5)$  を通り、直線  $y = x$  と点  $(a, a)$  で接する円  $C$  について、次の問いに答えよ。

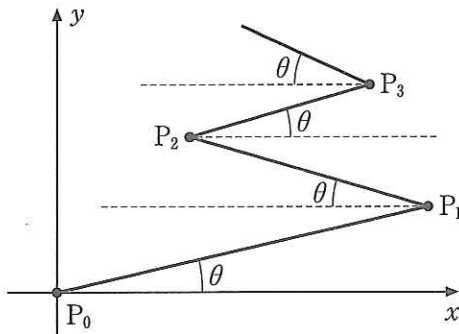
- (1) 点  $(0, 5)$  と直線  $y = x$  と点  $(a, a)$  がかけられているとき、コンパスと目盛りのない定規を用いて、円  $C$  を作図する手順を説明せよ。
- (2) 円  $C$  の方程式を求めよ。
- (3) 円  $C$  の中心の座標を  $(s, t)$  とするとき、

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(s + t), \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2}(-s + t)$$

とおく。このとき、 $a$  の値が変化するときの点  $(x, y)$  の軌跡を座標平面に図示せよ。

(100 点)

2 座標平面において、点  $P_0$  を原点として、点  $P_1, P_2, P_3, \dots$  を下図のようにとっていく(点線は  $x$  軸と平行)。ただし、 $P_{n-1}P_n = \frac{1}{2^{n-1}}$  ( $n \geq 1$ )、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする。このとき、次の問いに答えよ。



- (1)  $P_0P_1 + P_1P_2 + \dots + P_{n-1}P_n + \dots$  を求めよ。
- (2)  $P_n$  の座標を  $n$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $n$  を限りなく大きくするとき、点  $P_n$  はどのような点に近づくか、その点の座標を求めよ。

(100 点)

**3**  $\log_{10}3 = a$  とおくと、次の問いに答えよ。

- (1)  $3^{20} > 10^9$ ,  $3^{25} < 10^{12}$  を示せ。
- (2)  $0.45 < a < 0.48$  を示せ。
- (3)  $6.54 < 15a - a^2 < 6.97$  を示せ。
- (4) 次の2つの不等式をともにみたす実数の組  $(x, y)$  は存在しないことを示せ。

$$\begin{cases} x^2 - 2(1+a)x + y^2 - 4(2-a)y + a^2 - 2a + 8 \leq 0 \\ x^2 - 6(2+a)x + y^2 - 2(3-a)y + 9a^2 + 38a + 29 \leq 0 \end{cases}$$

(100点)

**4** 関数  $f(x) = x^3 e^{-9x}$  と実数  $a$  に対して、次の問いに答えよ。

- (1) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。
- (2)  $-1 \leq x \leq 1$  の範囲で、 $f(x) = a$  をみたす実数  $x$  の個数を求めよ。
- (3)  $-\frac{5}{3}\pi \leq \theta \leq \frac{5}{3}\pi$  の範囲で、 $f(\cos\theta) = a$  をみたす実数  $\theta$  がちょうど6個存在するような  $a$  の範囲を求めよ。

(100点)