



過去問ライブラリー

Powered by 全国大学入試問題正解

金沢大学

数学

問題

2019年度入試

【学部】 理工学域、医薬保健学域

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【試験時間】 120分



「過去問ライブラリーは、（株）旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答（解答・解説）を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、（株）旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。」

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 k を正の定数とする。2次方程式 $z^2 - 2kz + 1 = 0$ が虚数解をもつとし、虚部が正の虚数解を α とする。次の問いに答えよ。

- (1) k の値の範囲を求めよ。また、 $|\alpha|$ を求めよ。
- (2) $\cos \frac{5}{12}\pi$ の値を求めよ。
- (3) 複素数平面において、 α^3 が第3象限にあり、かつ α^6 が第1象限にあるときの α の偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) と k の値の範囲を求めよ。ただし、座標軸の点は、どの象限にも属さない。
- (4) (3)において求めた範囲に α があるとき、 $|1 - \alpha^5|$ の値の範囲を求めよ。

2 座標平面に2曲線 $C_1: y = \sqrt{x} - 4$ ($x > 0$) と $C_2: y = -\sqrt{1-x}$ ($x < 1$) がある。次の問いに答えよ。

- (1) C_1 は区間 $x > 0$ で上に凸であることを示せ。
- (2) 点 $F\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ に関して、点 P と対称な点を Q とする。点 P が C_1 上を動くとき、点 Q の軌跡が C_2 であることを示せ。
- (3) C_1 上の点 A における法線 l が点 F を通るとし、 l と C_2 の共有点を B とする。このとき、 A の座標 (x_1, y_1) および B の座標 (x_2, y_2) をそれぞれ求めよ。
- (4) C_1 上に点 X_1 、 C_2 上に点 X_2 をとる。線分 X_1X_2 の長さの最小値を求めよ。

3 座標平面において、

$$x = \sin t, y = \cos t - \sin t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

で表される曲線を C_1 とし、 x 軸に関して C_1 と対称な曲線を C_2 とする。 C_1 で囲まれる図形と C_2 で囲まれる図形の共通部分の面積 S を求めよ。

4 p を2より大きい素数、 n を正の整数とする。 $1 \leq k \leq p^n$ を満たす整数 k で、 p と互いに素であるもの全体の集合を A とする。次の問いに答えよ。

- (1) $p = 3, n = 2$ のとき、集合 A を求めよ。
- (2) A に属する整数の個数、および A に属するすべての整数の和を求めよ。
- (3) A に属する整数 k に対して、 $kl - 1$ が p^n の倍数となるような A に属する整数 l が存在し、それはただ一つであることを示せ。ただし、整数 a と b が互いに素であるとき、1次不定方程式 $ax + by = 1$ は、整数解をもつことが知られている。必要ならばこの事実を利用してよい。
- (4) A に属するすべての整数 k についての $\frac{1}{k}$ の和を既約分数で表したとき、分子は p^n の倍数となることを示せ。