大学受験パスナビ 過去問ライブラリー

群馬大学

物理

問題

2019年度入試

【学部】 医学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【試験時間】 120分

問題を解くにあたって，必要ならば次の値を用いよ。

原子量	C = 12.0	Ca = 40.1	Cl = 35.5	Cu = 63.5
	H = 1.0	I = 127	K = 39.1	N = 14.0
	Na = 23.0	O = 16.0	Pb = 207	S = 32.1

理想気体のモル体積	22.4 L/mol（0℃，1.01×10^5 Pa）
気体定数	8.31×10^3 Pa·L/(K·mol)
アボガドロ定数	6.02×10^{23}/mol

1 図1のように，水平な床面上に，質量Mの台が置かれ，さらにその上に，質量mの小球が置かれている。台は，厚さと材質が均一な底板と壁からできている。台の底板は水平であり，両端の壁は底板に対して垂直であり，左右の壁の間の距離は$2l$である。台と小球は，水平方向にのみ運動するとし，また，小球の大きさは無視できるとする。床上に右向きを正の向きとしてx軸をとる。台の位置は，両端の壁から距離lの位置のx座標，すなわち，台の重心のx座標で表す。床，台，小球の間に摩擦はなく，空気抵抗は無視できるとする。以下の問(1)〜(14)に答えよ。

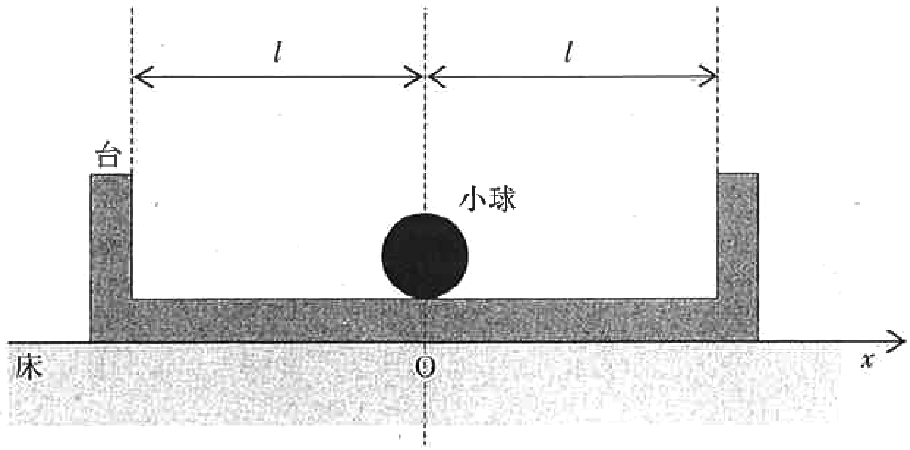

図1

【Ⅰ】 以下の問(1)〜(8)では，台は床に固定されていないものとする。

最初，台と小球の位置はどちらも$x = 0$とし，小球のみをx軸の正の向きに初速度の大きさv（$v > 0$）で打ち出した。小球を打ち出した直後，台は静止したままであった。台の壁と小球の間の反発係数をe（$0 < e < 1$）とする。以下の問(1)〜(8)について，M，m，e，v，lのうち必要なものを用いて

答えよ。

小球は運動を開始した後，右側の壁に衝突した（1回目の衝突）。以下の問(1)〜(4)に答えよ。

(1)　1回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。

(2)　1回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。

(3)　1回目の衝突直後の小球が，床に対して，x 軸の負の向きに進むためには，小球の質量 m が

$$m < \boxed{}$$

を満たさなければならない。空欄 $\boxed{}$ に入る適切な式を答えよ。

(4)　1回目の衝突直後における小球と台の力学的エネルギーの和は，衝突の直前と比べて減少する。その減少の大きさを求めよ。

1回目の衝突の後，小球は台の左側の壁に衝突した（2回目の衝突）。以下の問(5)〜(7)に答えよ。

(5)　1回目の衝突直後から2回目の衝突直前の間に，台が床面上を移動した距離を求めよ。

(6)　2回目の衝突直後の床に対する小球の速度を求めよ。

(7)　2回目の衝突直後の床に対する台の速度を求めよ。

さらに，小球が台の左右の壁と衝突を繰り返した。以下の問(8)に答えよ。

(8)　衝突を繰り返すと，小球と台の床に対する速度は同じ値に近づいていく。その値を求めよ。

【Ⅱ】　図2に示すように，小球と両端の壁の間を，質量の無視できるばね2本でつないだ。ばねは両方とも，ばね定数は k，自然長は l とする。ここで，台と小球の位置がどちらも $x=0$ のとき，ばねは，どちらも自然長の状態となる。また，小球の変位は，ばねの自然長に比べて十分小さく，小球が両端の壁に衝突することはないものとする。

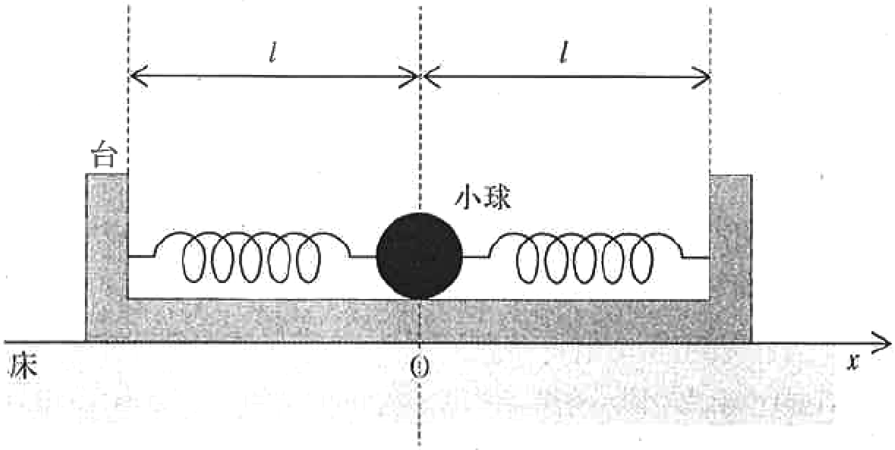

図2

以下の問(9)〜(11)では，台を $x=0$ の位置に固定している。

小球を $x=d\,(d>0)$ の位置から，初速度の大きさ0で運動を開始させたところ，小球は水平方向に振動した。以下の問(9)〜(11)について，m，k，d のうち必要なものを用いて答えよ。

(9)　小球の位置が $x=d$ のとき，左右のばねが小球に及ぼす力の合力の大きさと向きを求めよ。向きは，「x 軸正の向き」，「x 軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

(10)　小球が $x=0$ を通過するときの，床に対する小球の速さを求めよ。

(11)　小球の振動の周期を求めよ。

次に，台の固定を外し，台が床面上を運動できるようにする。

小球を $x=d$ の位置から，台を $x=0$ の位置から，ともに初速度の大きさ0で，同時に運動を開始させた。以下の問(12)〜(14)に答えよ。

(12)　小球と台の位置が一致したときの，床に対する小球と台の速さを，それぞれ，M，m，d，k を用いて表せ。

(13)　小球の位置が $x=X$ のときの，台の位置を，M，m，d，X を用いて表せ。

(14)　小球の位置が $x=X$ のときの，床に対する小球の加速度を，M，m，d，k，X を用いて表せ。

2　以下の【Ⅰ】,【Ⅱ】について設問に答えよ。ただし，座標の単位はメートル(m)とする。

【Ⅰ】 真空中に図1のように位置$(r,\ 0,\ 0)$に電気量がQ[C]の荷電粒子A，位置$(a^2r,\ 0,\ 0)$に電気量が$-aQ$[C]の荷電粒子Bが置かれている。ただし$r>0$，$Q>0$，$a>1$である。また，位置$(ar,\ 0,\ 0)$に点S，位置$(0,\ ar,\ 0)$に点Tをとる。クーロンの法則の比例定数をk[N·m^2/C^2]とし，地磁気および重力の影響は無視できるものとする。また，無限遠点を電位の基準点(電位0)とする。以下の問いに答えよ。

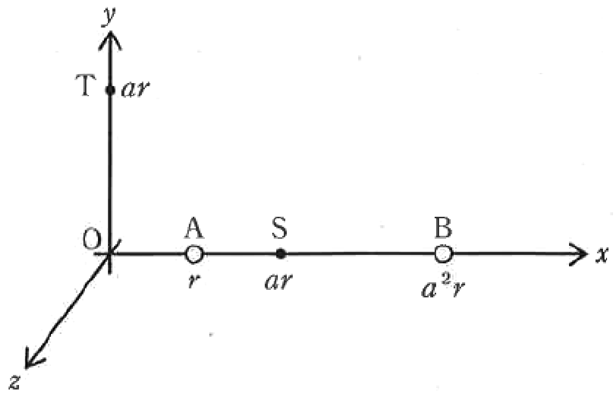

図1

(1) 点Sの電位を求めよ。

(2) 点Sにおける電場の大きさと向きを求めよ。向きは「x軸正の向き」，「x軸負の向き」のいずれか適切なものを選んで答えよ。

(3) 無限遠点以外で電位が0の等電位面は球面となる。その球面の半径と中心の座標を求めよ。

さらに，点Tに電気量q[C]の荷電粒子Pを置く。ただし$q>0$である。

(4) 点Tにある荷電粒子Pが，荷電粒子A，Bから受けるクーロン力の合力のx成分，y成分，z成分を求めよ。

(5) 次に，荷電粒子Pを点Tから原点Oまで移動させた。この間に荷電粒子A，Bからのクーロン力の合力が荷電粒子Pにした仕事を求めよ。

【Ⅱ】 真空中に図2および図3に示すように，一辺の長さがb[m]の正方形の薄い平板状の4枚の極板，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳがyz平面に平行に，極板の中心がx軸上にあるように置かれている。各極板間の間隔は，ⅠとⅡの間，およ

び，ⅢとⅣの間がd[m]，ⅡとⅢの間が$2d$[m]となっており，座標軸の原点Oは極板Ⅱと極板Ⅲから等距離の位置にある。極板ⅠとⅣはスイッチS_1と抵抗R[Ω]を含む回路で電圧V[V]の直流電源につながれている。また極板Ⅱと極板ⅢはスイッチS_2と抵抗R[Ω]を含む回路でつながれている。各平板電極が作る電場は，各電極にはさまれた領域以外にはもれ出ておらず，領域の端の近くでも極板に垂直であり，極板間に誘電体を挿入したとしても同様であるとする。また，真空の誘電率はε_0[$C^2/(N\cdot m^2)$]であり，地磁気および重力の影響は無視できるものとする。

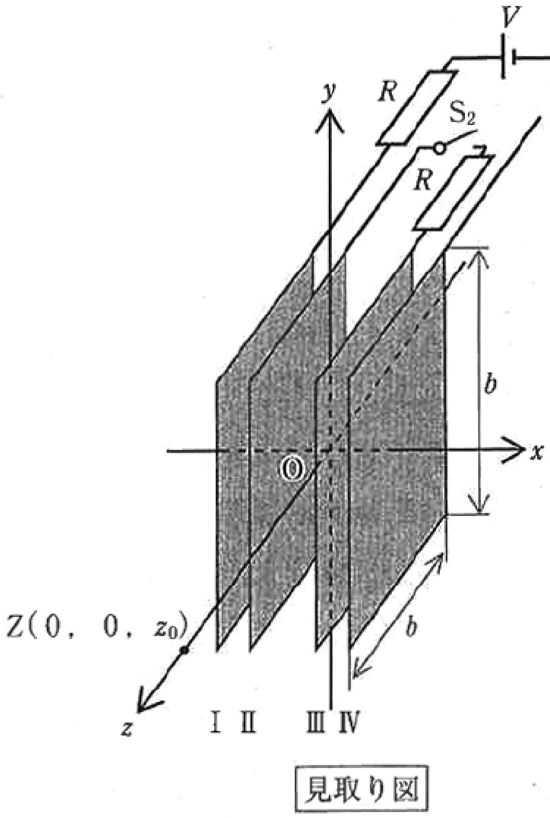

図2

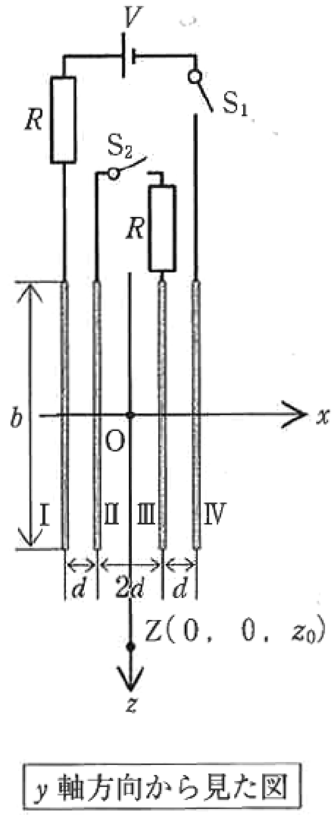

図3

最初，スイッチS_1，S_2はともに開いており，また各極板は帯電していなかった。スイッチS_1のみを閉じ，電荷が蓄えられるのに十分な時間が経過した後，スイッチS_1を開いた。以下の問(6)，(7)に答えよ。

(6)　極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

(7)　極板Ⅲと極板Ⅳの間の電場の大きさを求めよ。

z軸上$(0,\ 0,\ z_0)$の位置に点Zをとる。ただし$z_0 > \dfrac{b}{2}$である。質量m[kg]，電気量q[C]$(q > 0)$で，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zか

ら z 軸負の向きに初速度の大きさ v_0[m/s]で射出したところ，荷電粒子は極板に衝突することなく，極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜けた。射出した荷電粒子による極板が作る電場への影響はないとして，荷電粒子が極板間の領域を通り抜けた直後，すなわち荷電粒子の z 座標が $z = -\dfrac{b}{2}$ となったときについて，以下の問(8)，(9)に答えよ。

(8) このときの荷電粒子の x 座標を，b，d，m，q，v_0，V を用いて表せ。

(9) このときの荷電粒子の速度の大きさを，b，d，m，q，v_0，V を用いて表せ。

次に，スイッチ S_1 を開いたままの状態で，極板Ⅰと極板Ⅱの間，および極板Ⅲと極板Ⅳの間の領域を満たすように，底面が極板と同じ一辺 b の正方形で厚さ d の板状の誘電体を1枚ずつ挿入した。ただし，誘電体の比誘電率は ε_r である。以下の問(10)，(11)に答えよ。

(10) 極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

(11) 質量 m，電気量 q で，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zから z 軸負の向きに，初速度の大きさ v_1[m/s]で射出する。荷電粒子が極板に衝突することなく，極板Ⅱと極板Ⅲの間の領域を通り抜けるためには，

$$v_1 > \boxed{\text{(ア)}}$$

である必要がある。$\boxed{\text{(ア)}}$ に入る最も適切な式を b，d，m，q，V を用いて表せ。なお，射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとする。

続いて，極板Ⅰと極板Ⅱの間，および極板Ⅲと極板Ⅳの間の誘電体は挿入したままで再びスイッチ S_1 を閉じた。以下の問(12)に答えよ。

(12) 十分時間が経過した後の極板Ⅰと極板Ⅱの間の電位差を求めよ。

さらに，スイッチ S_1 を閉じた状態のままスイッチ S_2 も閉じた。以下の問(13)〜(16)に答えよ。

(13) スイッチ S_2 を閉じた直後，極板Ⅱと極板Ⅲをつなぐ回路に電流が流れ

た。この電流はどちら向きに流れたか。以下の(a)，(b)より適切なものを選び，記号で答えよ。

(a)　極板IIから極板IIIの向きに流れた。

(b)　極板IIIから極板IIの向きに流れた。

(14)　スイッチS_2を閉じて十分時間が経過した後の極板Iと極板IIの間の電位差を求めよ。

(15)　スイッチS_2を閉じて十分時間が経過した後の極板Iと極板IIで構成されるコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーを，ε_0，ε_r，b，d，Vを用いて表せ。

(16)　スイッチS_2を閉じて十分時間が経過した後，質量m，電気量qで，大きさを無視できる荷電粒子を，点Zからz軸負の向きに，問(11)で求めた $\boxed{(ア)}$ に等しい大きさの初速度で射出する。射出した荷電粒子による極板の作る電場への影響はないとして，このときの荷電粒子の軌道についての説明として適切なものを，以下の(a)～(e)より1つ選び，記号で答えよ。

(a)　極板IIに近づくように曲がり，極板IIに衝突する。

(b)　極板IIに近づくように曲がるが，極板IIに衝突することなく極板IIと極板IIIの間の領域を通り抜ける。

(c)　極板IIIに近づくように曲がり，極板IIIに衝突する。

(d)　極板IIIに近づくように曲がるが，極板IIIに衝突することなく極板IIと極板IIIの間の領域を通り抜ける。

(e)　z軸上を直進し，極板IIと極板IIIの間の領域を通り抜ける。

3 図1のように，断熱材で作られた箱の中に密度ρ[kg/m^3]の液体があり，そこに円筒形の容器が底面を上にして浮かんでいる。容器の底面は水平に，側面は鉛直に保たれている。容器の内側には単原子分子理想気体がn[mol]入っていて，その重さは無視できる。容器の外側には十分希薄な気体があり，その圧力および熱容量は無視できる。箱の底にはヒーターがついていて，液体の温度と容器の内側の気体の温度を調整できる。

容器の質量はm[kg]，底面積はS[m^2]で，容器の底面と側面の厚さは無視できる。図1のように，最初，容器外の液面から容器の底面までの高さはh[m]であった。

重力加速度の大きさをg[m/s^2]，気体定数をR[J/(mol·K)]とする。単原子分子理想気体の定積モル比熱は$\frac{3}{2}R$である。以下では，容器の内側の気体の，重力による位置エネルギーの変化は無視できる。液体は蒸発せず，液体の体積は一定である。

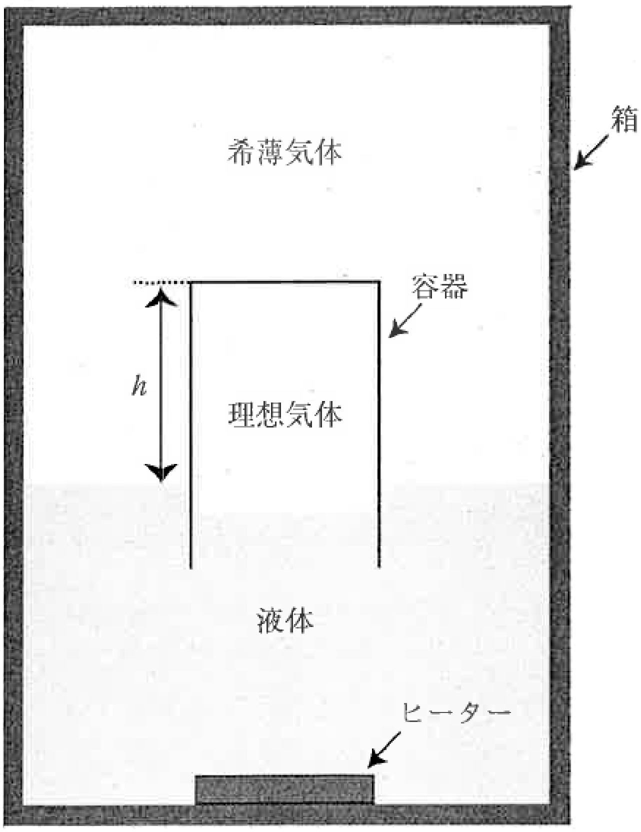

図1

(1) 容器にはたらく力について，鉛直方向に関しては，容器の内側の気体が容器の底面を押す力と容器にはたらく重力が，つり合っている。容器の内側の気体の圧力を求めよ。

(2) 容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

(3)　容器の内側の気体の温度を求めよ。

次に，液体の温度と容器の内側の気体の温度を等しく保ちながら，両者の温度をある温度になるまでゆっくり上昇させた。すると，円筒形の容器が鉛直に上昇し，容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \Delta h$[m]の状態で静止して，図2の状態になった。その間，容器の内側の気体はすべて容器に閉じ込められたままであった。

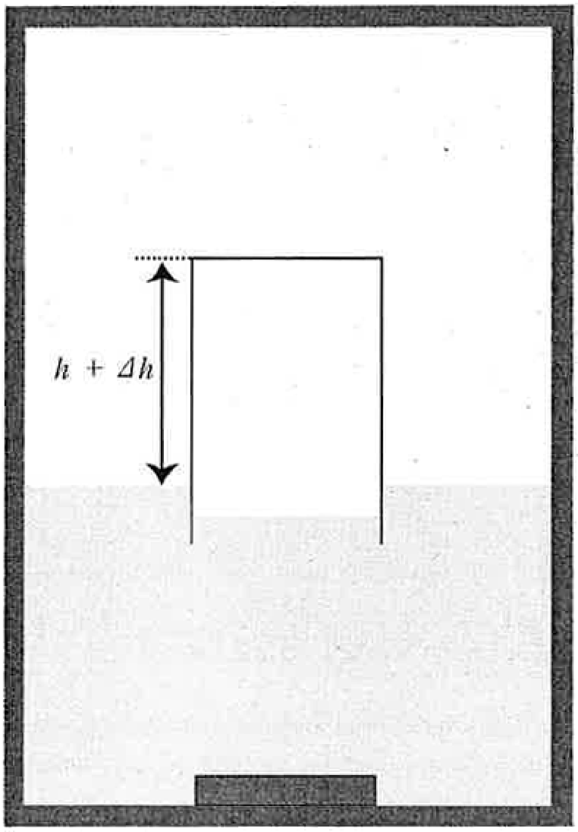

図2

(4)　容器外の液面から容器の底面までの高さが $h + \Delta h$ の状態における，容器の外と内の液面の高さの差の大きさを求めよ。

以下の問(5)〜(9)では，容器外の液面から容器の底面までの高さが h から $h + \Delta h$ まで変わる状態変化について答えよ。

(5)　この状態変化における，容器のもつ重力による位置エネルギーの変化の大きさを求めよ。

(6)　この状態変化において，容器の内側の気体がした仕事の大きさを求めよ。

(7)　この状態変化における，容器の内側の気体の温度の変化の大きさを求めよ。

(8)　この状態変化における，容器の内側の気体の内部エネルギーの変化の大きさを求めよ。

(9)　この状態変化において，容器の内側の気体が受け取った熱量の大きさを求めよ。