群馬大学

物理

問題

2015年度入試

【学部】 医学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

注　意　事　項

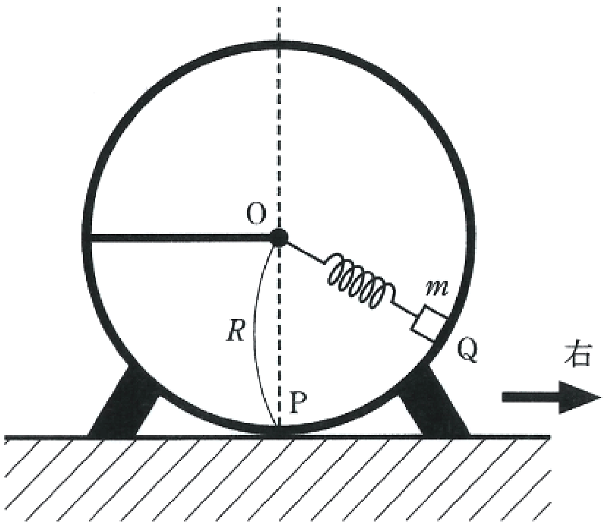
問題(1～6)は全て解答してください。問題(7，8)は，どちらか一題を選択して解答してください。問題(7，8)では，選択した問題の解答用紙左上の選択欄に，○を記入してください。ただし，問題(7，8)の両方の選択欄に○を記入した場合，あるいはいずれの選択欄にも○の記入がない場合は，どちらの答案も0点となるので，十分注意してください。

問題を解くにあたって，必要ならば次の値を用いよ。

原子量	C = 12.0	Ca = 40.1	Cl = 35.5	Cu = 63.5
	Fe = 55.8	H = 1.0	I = 127	K = 39.1
	Mg = 24.3	Mn = 54.9	N = 14.0	Na = 23.0
	O = 16.0	Pt = 195	S = 32.1	Sr = 87.6
	Zn = 65.4			

理想気体のモル体積	22.4 L/mol（0 ℃，1.01×10^5 Pa）
気体定数	8.31×10^3 Pa・L/(K・mol)
アボガドロ定数	6.02×10^{23} /mol
ファラデー定数	9.65×10^4 C/mol

1 図のように，円筒の内側を運動する質量 m の小物体を考える。円筒は中心軸が水平になるように床に固定されており，小物体は，中心軸に垂直な鉛直面内を運動する。円筒内面の半径を R とする。小物体は，自然長 l，ばね定数 k のばねにつながれており，ばねの他方の端は，円筒の中心軸上に支持棒で固定された点 O に，自由に回転できるようにつながれている。点 O から鉛直におろした直線と円筒内面との交点を点 P，円筒内面上にある小物体の位置を点 Q とする。ばねの自然長は $l > R$ を満たすとする。また，ばねの質量は無視でき，ばねは常に直線 OQ 上にあるとする。重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。



図

［Ⅰ］　小物体と円筒内面の間に，静止摩擦力が働く場合を考える。静止摩擦係数をμとする。小物体を円筒内面上で，ある角度$\angle POQ = \theta_1 (0 \leqq \theta_1 < \pi$ [rad]$)$の位置において静かに離したところ，小物体はすべらずに静止した。

⑴　このときに，小物体がばねから受ける力の大きさを，k，l，Rを用いて表せ。

⑵　このときに，小物体が受ける重力の，直線OQに平行な成分の大きさを，m，g，θ_1を用いて表せ。

⑶　このときに，小物体が受ける重力の，直線OQに垂直な成分の大きさを，m，g，θ_1を用いて表せ。

⑷　以下の文章の $\boxed{(ア)}$ に入る適切な数式を，l，R，m，g，θ_1を用いて表せ。

角度$\angle POQ = \theta_1$の位置にある小物体が，円筒内面から離れないために，ばね定数が満たすべき条件を考える。角度$\angle POQ = \theta_1$が$0 \leqq \theta_1 \leqq \frac{\pi}{2}$[rad]にある場合は，ばね定数$k$の値によらず，小物体が円筒内面から離れることはない。一方，$\frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$[rad]にある場合は，ばね定数$k$は，

$k \geqq \boxed{(ア)}$

を満たさなければならない。

⑸　以下の文章の $\boxed{(イ)}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g，θ_1を用いて表せ。

小物体が角度$\angle POQ = \theta_1 (0 \leqq \theta_1 < \pi$[rad]$)$の位置に静止していることから，小物体と円筒内面の間の静止摩擦係数μは，

$\mu \geqq \boxed{(イ)}$

を満たしていることがわかる。

⑹　次の文章の $\boxed{(ウ)}$，$\boxed{(エ)}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g，μ，θ_1のうちの必要なものを用いて表せ。

小物体が角度$\angle POQ = \theta_1 (0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$[rad]$)$の位置で静止していたとする。この状態から，円筒を床から静かに離して大きさaの加速度で鉛直上方に等加速度運動させる。このとき，角度θ_1が，$\tan\theta_1 \leqq \boxed{(ウ)}$ を満たす場合は，加速度の大きさaがどれだけ大きくても，小物体はすべりださない。一方，角度θ_1が，$\tan\theta_1 > \boxed{(ウ)}$ を満たす場合は，加速度の大きさaが$a > \boxed{(エ)}$ を満たすとき，小物体は

円筒内面上をすべりはじめる。

［Ⅱ］ 次に，円筒を再び床に固定させたのち，円筒内面に潤滑剤を塗り，小物体と円筒内面の間の摩擦力が無視できるようにする。潤滑剤の厚さは無視でき，円筒内面の半径はRのままであるとする。小物体を点Pの位置から，速さvで水平右向きに打ち出したところ，小物体は円筒内面上を反時計回りに円運動し，$\frac{\pi}{2}$[rad]より大きなある角度$\angle POQ = \theta_2$の位置で，円筒内面から離れた。

(7) 小物体が角度$\angle POQ = \theta(0 \leqq \theta \leqq \theta_2)$の位置にある瞬間に，小物体がもつ重力による位置エネルギーを，R，m，g，θを用いて表せ。ただし，点Pを重力による位置エネルギーの基準点とする。

(8) 小物体が角度$\angle POQ = \theta(0 \leqq \theta \leqq \theta_2)$の位置にある瞬間の，小物体の速さを，$R$，$v$，$g$，$\theta$を用いて表せ。

(9) 小物体と一緒に運動している観測者から見た，小物体が角度$\angle POQ = \theta(0 \leqq \theta \leqq \theta_2)$の位置にある瞬間に小物体にはたらく遠心力の大きさを，R，m，v，g，θを用いて表せ。

(10) 小物体が角度$\angle POQ = \theta(0 \leqq \theta \leqq \theta_2)$の位置にある瞬間の，小物体が円筒内面から受ける垂直抗力の大きさを，k，l，R，m，v，g，θを用いて表せ。

(11) 以下の文章の $\boxed{(オ)}$ に入る適切な数式を，k，l，R，m，g，θ_2を用いて表せ。また，$\boxed{(カ)}$ に入る適切な数式を，l，R，m，g，θ_2を用いて表せ。

小物体が角度$\angle POQ = \theta_2$の位置で円筒内面から離れるという現象が実現するために，ばね定数kが満たすべき条件を考える。点Pにおける小物体の速さvは，小物体が角度$\angle POQ = \theta_2$の位置で円筒内面から受ける垂直抗力が0になるという条件から，

$v = \boxed{(オ)}$

と表される。さらに，小物体が角度$\angle POQ = \theta_2$の位置の高さまで到達するという条件を考慮すると，ばね定数kは，

$k \leqq \boxed{(カ)}$

を満たさなければならないことがわかる。

2 電場あるいは磁場中の荷電粒子の運動に関する以下の[ア]，[イ]の問いに答えよ。ただし，荷電粒子の大きさ，および重力の影響は無視できるとする。また荷電粒子の運動する空間はすべて真空であるとする。

[ア] 図1のように，xy 平面を，$y \geqq 0$ で定義される領域1，および $0 > y > -d$ で定義される幅 d[m]の領域2，ならびに $y \leqq -d$ で定義される領域3にわける。領域1および領域3では紙面に垂直に裏から表に向かって磁束密度 B[T]の一様な磁場を加え，電場は加えない。領域2では磁場は加えず，大きさ E[V/m]の一様な電場を y 軸に平行に加える。その電場の向きは y 軸の正か負の向きに変えることができ，最初は負の向きであった。領域2の上端 $y = 0$ および下端 $y = -d$ の間の電位差の大きさを V[V]とする。

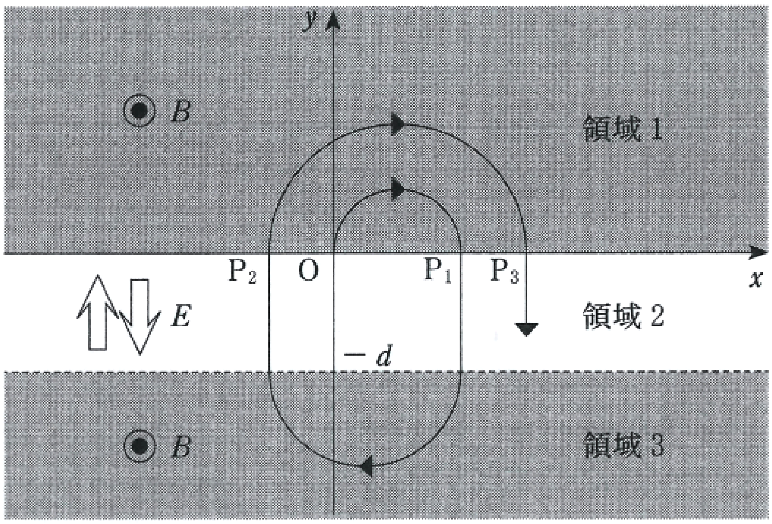


図1

(1) V を E，d を用いて表せ。

質量 m[kg]，正の電荷 q[C]をもつ粒子を原点Oから y 軸の正の向きに大きさ v[m/s]の初速度で入射させると，図1のように，粒子は領域1で等速円運動した。

(2) 粒子の等速円運動の半径を，m，q，v，B を用いて表せ。

その後，粒子は半周して x 軸上の点 P_1 を通過し，領域2に入ると，領域2の一様な電場によって加速され，領域3に進入した。その後，粒子が領域3で円運動して再度領域2に入る前に，領域2の電場の向きを反転させる。

以後同様に，粒子が領域 2 を出てから，次に領域 2 に入るまでに，領域 2 の電場の向きを反転させるとする。すると，粒子は領域 2 を通過するたびに加速され，円運動の半径はしだいに大きくなる。

(3) 粒子が領域 2 を通過するたびに，粒子の運動エネルギーは毎回 $\boxed{\text{(あ)}}$ ずつ増える。$\boxed{\text{(あ)}}$ に入る適切な式を，m，d，q，V のうち必要なものを用いて表せ。

粒子が領域 1 への 2 回目の進入をするときの x 軸上の点を点 P_2 とし，領域 2 への 3 回目の進入をするときの x 軸上の点を点 P_3 とする。

(4) 点 P_2 と原点 O の間の距離を，m，d，q，v，B，V のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 点 P_3 と原点 O の間の距離を，m，d，q，v，B，V のうち必要なものを用いて表せ。

粒子が原点 O から入射した後，点 P_1 へ到達するまでの時間を T_1[s]，点 P_2 から点 P_3 へ到達するまでの時間を T_2[s] とする。

(6) T_1 を，m，d，q，v，B，V のうち必要なものを用いて表せ。

(7) T_2 を，m，d，q，v，B，V のうち必要なものを用いて表せ。

(8) T_1 と T_2 の大小関係について，もっとも適切なものを次の①～③からひとつ選べ。

① $T_1 > T_2$　　② $T_1 = T_2$　　③ $T_1 < T_2$

［イ］ 図 2 のように，xy 平面を，$y \leqq 0$ で定義される領域Ⅰ，$a > y > 0$ で定義される幅 a[m] の領域Ⅱ，$y \geqq a$ で定義される領域Ⅲにわける。領域Ⅰでは磁場は加えず，大きさ E' [V/m] の一様な電場を y 軸正の向きに加える。領域Ⅱでは，電場も磁場も加えない。領域Ⅲでは紙面に垂直に裏から表に向かって磁束密度 B' [T] の一様な磁場を加え，電場は加えない。

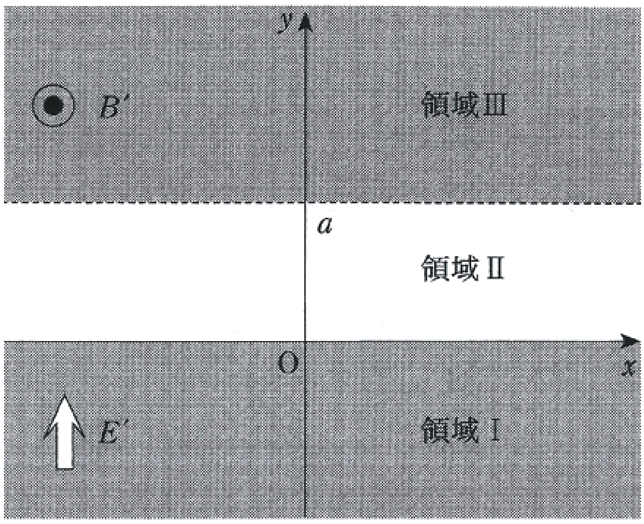


図 2

質量 m[kg]，正の電荷 q[C]をもつ粒子を，原点 O から y 軸の負の向きに大きさ v[m/s]の初速度で入射させると，粒子は領域Ⅰ中を運動した後，原点 O を通過し領域Ⅱに進入した。

(9)　この間に，領域Ⅰで粒子が原点から最も離れたときの，原点からの距離を，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

その後，粒子は，領域Ⅱ中を運動した後，領域Ⅲ中で等速円運動して，領域Ⅱに再度進入した。ここで，磁束密度の大きさは調整されており，粒子が領域Ⅲ中を運動する時間は領域Ⅰ中を運動する時間と同じであった。

(10)　領域Ⅲの磁束密度の大きさ B' を，a，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

(11)　領域Ⅲでの円運動の半径 R_0[m]を，a，m，q，v，E' のうち必要なものを用いて表せ。

その後，粒子は運動を続け，各領域への進入をくりかえした。

(12)　粒子が入射してから，$-5R_0 \leqq x \leqq 5R_0$ の範囲を出るまでの運動の道筋の概形を解答欄に図示せよ。

3 光の屈折について考える。以下の設問に解答せよ。

屈折率 n_1 の媒質1と屈折率 n_2 の媒質2が，水平な境界面で接している。図1のように，媒質1内において速さ c_1 で伝わる平面波の光が，媒質1の側から入射角 θ で入射し，境界面で屈折する現象を考える。$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ [rad] とする。図1は時刻0に波面AA′の一端Aが境界面に達した様子を表す。その後の時刻 t_1 に，他端A′が境界面に達する位置B′も示してある。

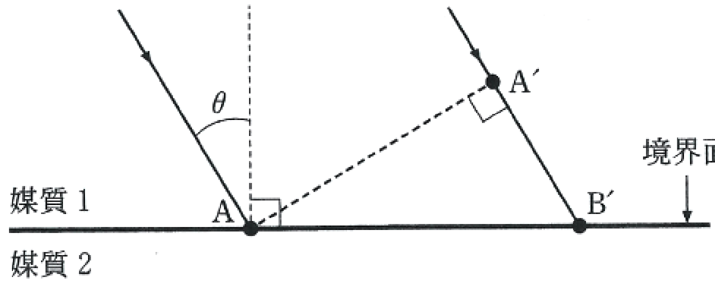


図1

屈折率が $n_1 < n_2$ の関係を満たすとして屈折の様子を考える。時刻0の波面AA′は，時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に，波面C′ZZ′に達し，時刻 t_1 には波面B″B′に達しているとする(図2参照)。

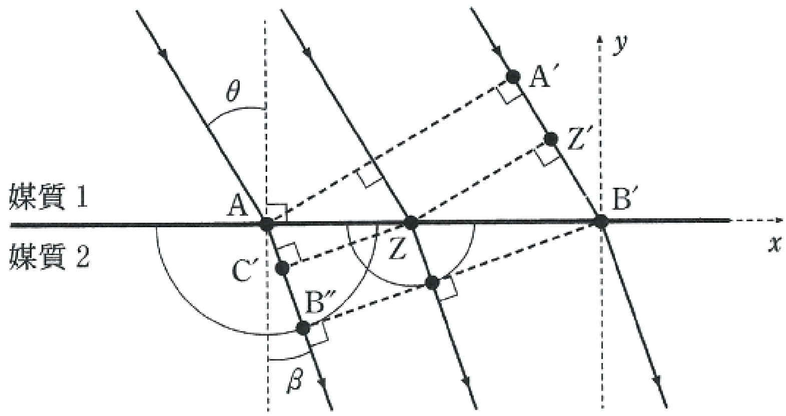


図2

(1) 媒質2内における光の伝わる速さを c_1，n_1，n_2 を用いて表せ。

(2) 媒質1内と媒質2内における光の波長の差の絶対値を $\Delta\lambda$ としたとき，光の振動数を c_1，n_1，n_2，$\Delta\lambda$ を用いて表せ。

(3) ホイヘンスの原理に基づき，波面を作図する方法を検討する。以下の文章の

$\boxed{(ア)}$ から $\boxed{(オ)}$ までの空欄にあてはまる適切な式を答えよ。

時刻 $t\,(0 \leqq t < t_1)$ に位置Zから出た素元波を考える。位置Zは，ZB′ 間の距離 $\overline{\mathrm{ZB'}}$ で指定でき，$\overline{\mathrm{ZB'}}$ は t，t_1，c_1，θ を用いて $\overline{\mathrm{ZB'}} = \boxed{(ア)}$ と表せる。時刻 t に位置Zを波源として生じた素元波は，時刻 t_1 において媒質2内に半球の波面を作る。これを媒質2内における『時刻 t に波源Zから出た素元波の時刻 t_1 における波面』と呼ぼう。時刻 t_1 におけるこの波面の半径 r は，c_1，t，t_1，n_1，n_2 を用いて $r = \boxed{(イ)}$ と表せる。例として，図2にはAとZを波源とする素元波が半円で示されている。こうして『時刻 t に波源Zから出た素元波の時刻 t_1 における波面』を，0から t_1 までの全ての t に対して考えると，それらが共通に接する面が時刻 t_1 における媒質2内の屈折波の波面B″B′ となる。

図2に示したように，B′ を原点，水平右向きを x 軸の正の向き，鉛直上向きを y 軸の正の向きと定めると，波面B″B′ は直線 $y = kx$ 上にある。ただし k は正の定数である。一方，図2のように屈折角を β で表すと，k と β の間に成り立つ関係式 $\boxed{(ウ)}$ が得られる。これより，定数 k を n_1，n_2，θ を用いて $k = \boxed{(エ)}$ と表せる。

最後に，$n_1 > n_2$ の場合を考察しておこう。ホイヘンスの原理に基づいて作図を進めると，$\overline{\mathrm{ZB'}}$ と r は，それぞれ $\boxed{(ア)}$ と $\boxed{(イ)}$ と表される。波面の線を実際に引けるかどうかを考えると，r が $\overline{\mathrm{ZB'}}$ より大きい場合には，B′ の位置から各波面に接線が引けないことがわかる。したがって，$n_1 > n_2$ の場合，各波面に接線が引けるためには，n_1，n_2，θ の間に不等式 $\boxed{(オ)}$ が成り立つ必要がある。