

# 群馬大学

## 数学

### 問題

#### 2019年度入試

【学部】	医学部
【入試名】	前期日程
【試験日】	2月25日
【試験時間】	120分



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 次の問に答えよ。

(1)  $x, y$  が正の数で,  $\log_x y = t$  とするとき,  $\log_y \frac{x^3}{y^4}$  を  $t$  で表せ.

(2) 連立不等式

$$0 < x < 1, 0 < y < 1, (\log_x y)^2 + \log_y \frac{x^3}{y^4} \leq 0$$

の表す領域を,  $xy$  平面上に図示せよ.

2  $i$  を虚数単位とし,  $f(z) = \frac{z-1}{z+1+i}$  とする. 複素数  $z_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は

$$z_1 = i, z_{n+1} = f(z_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする. このとき次の問に答えよ.

(1) 虚部が正となる複素数  $\alpha$  で  $f(\alpha) = \alpha$  となるものを求めよ.

(2)  $n$  が奇数のとき,  $z_n$  は虚部が正である純虚数であることを示せ.

(3)  $|z_n|$  を  $z_n$  の絶対値とすると, 数列  $\{|z_n|\}$  の極限を求めよ.

3 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x = 0) \\ \frac{\sin x}{e^x - 1} & (x \neq 0) \end{cases}$$

で定義する. 次の問に答えよ.

(1) 正の実数  $x$  に対して,  $x^2, (e^x - 1)^2, 2(xe^x - e^x + 1)$  の間の大小関係を求めよ.

(2)  $f(x)$  が  $x = 0$  で微分可能であることを示せ.

(3)  $x = 0$  における  $f(x)$  の微分係数を求めよ.

4 原点を中心とする半径 2 の円  $C_1$  と極方程式  $r^2 \cos 2\theta = 1$  ( $-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) の表す曲線  $C_2$  について,

次の問に答えよ.

(1)  $C_2$  を直角座標に関する方程式で表せ.

(2)  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた原点を含まない図形を直線  $y = -x$  のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

5 座標空間において原点  $O$ , 点  $A(1, -2, 2)$ , 点  $B(3, -4, 5)$  をとり, 3 点  $O, A, B$  が定める平面を  $\alpha$  とする. このとき次の問に答えよ.

(1) 理工・教育・社会情報学部の 5(2) に同じ.

(2) 点  $P(0, 0, 2)$  の位置ベクトルを  $\vec{p}$  とおく. ベクトル  $\vec{OA}$  と同じ向きの単位ベクトルを  $\vec{e}$  とし,  $s, t$  がそれぞれ実数全体を動くとき,  $|\vec{p} - (s\vec{e} + t\vec{f})|$  の最小値を求めよ.