

群馬大学

数学

問題

2015年度入試

【学部】	医学部
【入試名】	前期日程
【試験日】	2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 \vec{a}, \vec{b} を単位ベクトルとし, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}, \vec{d} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ とおく. \vec{a} と \vec{b} のなす角と \vec{c} と \vec{d} のなす角がともに θ であるとき, θ を求めよ. ただし $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする.
- 2 x, y, z は正の数で $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$ を満たす.
 (1) $x + y = a, xy = b$ とおくととき, a, b を z を用いて表せ.
 (2) z のとりうる値の範囲を求めよ.
- 3 a を定数, e を自然対数の底とし, $f(x) = (a - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}$ とおく.
 (1) $x > 0$ のとき, 不等式 $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを証明せよ. これを用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ を示せ.
 (2) 関数 $f(x)$ が $-1 < x < 2$ においてちょうど 2 個の極値をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ.
 (3) a は (2) で定めた範囲にあるとする. 区間 $(-\infty, \infty)$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.
- 4 (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = \frac{3}{2} \cdot (-1)^n + \frac{5}{2}$ で与えられるとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{7^n}$ の和を求めよ.
 (2) すべての自然数 n に対して b_n は $0 \leq b_n \leq 6$ を満たす整数で, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{7^n} = \frac{3}{8}$ が成り立つ. このとき b_1, b_2, b_3 を求め, さらに数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ.
- 5 すべての実数 x において, 関数 $f(x)$ は微分可能で, その導関数 $f'(x)$ は連続とする. $f(x), f'(x)$ が等式

$$\int_0^x \sqrt{1 + (f'(t))^2} dt = -e^{-x} + f(x)$$

を満たすとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ を求めよ.
 (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = 1$, および x 軸, y 軸で囲まれた部分を, y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ.