'13

前期日程

群馬大学

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で，5枚の答案用紙があります。問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので，この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に書き，裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

◇M3(707—13)

受験番号		

数　　　　学

1　(1) 201^{20} の十億の位の数字を求めよ.

(2) 201^{20} を 4×10^7 で割ったときの余りを求めよ.

[解答欄]

2　空間内に4点 A(2, 0, 2), B(6, 0, 0), C(4, 2, 2), D(5, 1, 7) がある.

(1) 3点A, B, Cを含む平面を α とし, 点Dから α に下ろした垂線と α の交点をHとする. 点Eを, Hが線分DEの中点となるようにとるとき, Eの座標を求めよ.

(2) $0 < t < 1$ とする. 線分ABを $t : 1-t$ に内分する点をP, 線分BCを $t^2 : 1-t^2$ に内分する点をQ, 線分CDの中点をRとするとき, 四面体BPQRの体積の最大値を求めよ.

[解答欄]

3　座標平面において, 原点Oを中心とする半径1の円周 C 上に定点 A(−1, 0), B(1, 0) をとる. C の上半円周 (y 座標が正の部分) 上を動く点をP, 下半円周 (y 座標が負の部分) 上を動く点をQとする. $\angle\mathrm{PAB} = \alpha$ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, $\angle\mathrm{QAB} = \beta$ $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ とし, 直線PQと x 軸との交点を R(t, 0) とする.

(1) t を α, β を用いて表せ.

(2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ のとき, t のとり得る値の範囲を求めよ.

(3) 線分PRの長さと線分RQの長さの比が 2 : 1 のとき, t を α を用いて表せ.

[解答欄]

4　自然数 n について, 0以上 n 以下の整数 x, y を座標にもつ点 (x, y) 全体の集合を X_n とする. 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ の表す一次変換による X_n の点の像全体の集合を Y_n とする. X_n と Y_n の共通部分 $X_n \cap Y_n$ の点の個数を a_n とする.

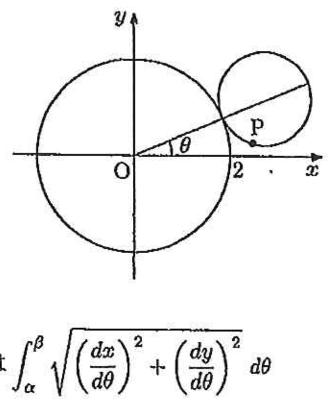
(1) 点 (187, 110) は Y_{100} に含まれるかどうか理由をつけて述べよ.

(2) a_5 を求めよ.

(3) 自然数 m について, a_{6m} を m を用いて表せ.

[解答欄]

5　原点Oを中心とする半径2の円をAとする. 半径1の円 (以下,「動円」と呼ぶ) は, 円Aに外接しながら, すべることなく転がる. ただし, 動円の中心は円Aの中心に関し反時計回りに動く. 動円上の点Pの始めの位置を (2, 0) とする. 動円の中心と原点を結ぶ線分が x 軸の正方向となす角を θ として, θ を $0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かしたときのPの軌跡を C とする.



(1) C を媒介変数 θ を用いて表せ.

(2) Pの y 座標が $\frac{1}{2}$ のとき, Pでの C の接線の傾きを求めよ.

(3) C の長さを求めよ. ただし, 曲線 $x = f(\theta), y = g(\theta)$ $(\alpha \leqq \theta \leqq \beta)$ の長さは $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}\, d\theta$ で与えられる.

[解答欄]

点	

◇M3 (707—14)