

# 秋田大学

A, B, BR, C, D

## 平成 31 年度個別学力検査問題 (国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

### 数 学

#### 前 期 日 程

#### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は 6 ページあり、問題は(1)から(9)まで 9 題あります。解答用紙は 4 枚あります。計算用紙(白紙)は 2 枚あります。  
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 受験する学部等により、それぞれ以下の 4 題が出題されます。  
国際資源学部は(1), (4), (5), (6)  
教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), (4)  
教育文化学部(理数教育コース)は(1), (4), (5), (6)  
医学部は(6), (7), (8), (9)  
理工学部は(1), (4), (5), (6)  
をそれぞれ解答しなさい。
- 4 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 5 1 枚の解答用紙に 1 つの問題を解答しなさい。また、解答用紙の指定された( )内に解答する問題の番号を記入しなさい。
- 6 解答用紙の表に記入しきれない場合は、その裏に記入してもよい。その場合、解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 7 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(5) 関数  $y = \frac{6 + 4 \sin \theta + 4 \cos \theta + \sin 2\theta}{2 + \sin \theta + \cos \theta}$  について、次の問いに答えなさい。

(i)  $t = 2 + \sin \theta + \cos \theta$  として、 $\sin \theta \cos \theta$  を  $t$  の関数で表しなさい。

(ii) (i) の  $t$  のとりうる値の範囲を求めなさい。

(iii)  $y$  の最小値を求めなさい。

(6) 次の問いに答えなさい。ただし、 $\log$  は自然対数を表し、 $e$  は自然対数の底とする。

(i)  $m, n$  は定数とし、 $f(x) = \log(\log x)$ ,  $g(x) = m(\log x)^2 + n$  とする。曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  が  $x = e$  において共有点をもち、かつ  $x = e$  において共通の接線をもつように、 $m, n$  の値を定めなさい。

(ii) 次の定積分を求めなさい。

①  $\int_e^{e^2} x \log x \, dx$

②  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \log x} \, dx$

③  $\int_e^{e^2} \frac{\log(\log x)}{x \log x} \, dx$

(7) 1から5までの番号が1つずつ書かれた5枚のカードが箱に入っている。この箱からカードを1枚取り出し、番号を確認してからもとに戻す。この試行を3回続けて行い、取り出したカードの番号を順に  $a_1, a_2, a_3$  とする。次の問いに答えなさい。

(i)  $a_1 < a_2 < a_3$  となる確率を求めなさい。

(ii)  $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_1) = 0$  となる確率を求めなさい。

(iii)  $a_1a_2 - a_2a_3 + a_3a_1 = 0$  となる確率を求めなさい。

(8) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を次のように定義する。

$$a_1 = 1, \quad b_1 = \sqrt{3}, \quad \begin{cases} a_{n+1} = a_n - \sqrt{3} b_n \\ b_{n+1} = \sqrt{3} a_n + b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えなさい。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

- (i) 複素数  $a_1 + b_1 i$  を極形式で表しなさい。
- (ii) すべての自然数  $n$  に対して、次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$a_n + b_n i = (1 + \sqrt{3} i)^n$$

- (iii) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項を求めなさい。
- (iv) 自然数  $n$  に対して、実数  $x_n, y_n$  を

$$x_n + y_n i = \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) (a_n + b_n i)$$

により定める。 $\frac{y_n}{x_n}$  の最小値を求めなさい。

(9) 自然数  $n$  の各位の数の和を  $S(n)$  で表す。たとえば,

$$S(2019) = 2 + 0 + 1 + 9 = 12$$

である。次の問いに答えなさい。

(i)  $n + S(n) = 100$  を満たす  $n$  を求めなさい。

(ii)  $S(n) = 100$  を満たす最小の  $n$  を求めなさい。

(iii)  $n \leq 27S(n) + 2019$  を満たす最大の  $n$  を求めなさい。