秋田大学

A, B, BR, C, D

平成27年度個別学力検査問題
(国際資源学部, 教育文化学部, 医学部, 理工学部)

数　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は, 4ページあり, 問題は(1)から(7)まで7題あります。解答用紙は3枚あります。計算用紙(白紙)は1枚あります。

試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　受験する学部によりそれぞれ3題出題されます。国際資源学部は(2), (3), (4), 教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1), (2), (3), 教育文化学部(理数教育コース)は(1), (3), (4), 医学部は(5), (6), (7), 理工学部は(1), (3), (4)にそれぞれ解答しなさい。

4　監督者の指示に従って, 解答用紙に受験番号を記入しなさい。

5　1枚の解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また, 解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入しなさい。解答用紙の表面に解答を記入しきれない場合は, その裏に記入してもよい。その場合, 解答用紙の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし, 解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

6　配付された解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。

7　試験終了後, 問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(５) 次の問いに答えよ。

(i) $a^3+b^3+c^3-3abc$ を因数分解せよ。

(ii) 整数 a, b, c に対して，$a+b+c$ と abc が 3 の倍数のとき，$a^3+b^3+c^3$ は 9 の倍数であることを示せ。

(iii) 実数 a, b, c が $a+b+c=6$, $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}$ を満たすとき，$a^3+b^3+c^3+3abc$ の値を求めよ。

(６) 四面体 OABC において，AB ＝ BC ＝ CA，OA ＝ 1，OB ＝ OC ＝ $\sqrt{2}$，$\angle$AOB ＝ $\angle$AOC ＝ 90°，$\angle$BOC ＝ θ とする。点 D を BC の中点とし，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 点 P を AD 上の点とし，AP : PD ＝ $t:(1-t)$ とするとき，$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t を用いて $\overrightarrow{OP}$ を表せ。

(ii) 点 P を AD 上の動点とする。OP の長さが最小となるとき，$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, θ を用いて $\overrightarrow{OP}$ を表せ。

(iii) 点 Q を以下の①～③を満たすように定める。このとき $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, θ を用いて $\overrightarrow{OQ}$ を表せ。

① 四面体 OABC の体積と四面体 QABC の体積は等しい

② QA ＝ QB ＝ QC

③ 線分 OQ は 3 点 A，B，C が定める平面と交点をもたない

（７） $F(x)$，$f(x)$，$g(x)$は関数である。次の問いに答えよ。

(i)　$0 < a \leqq \pi$とし，$F(x) = \displaystyle\int_a^x \cos(t-a)\,g(\sin(t-a))\,dt - f(x)$とする。

①　$f(x)$は$(1-x)\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt = x\int_x^1 f(t)\,dt$と$f(1) = 1$を満たすとする。$f(x)$を求めよ。

②　$f(x)$は①で求めた関数である。$g(x)$は，$x < y$ならば$g(x) > g(y)$を満たし，$g\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$であるとする。このとき，開区間$(a,\ 2a)$で$F(x)$が極大値をただ１つもつように，$a$の値の範囲を定めよ。

(ii)　$a \geqq 0$とし，$F(x) = \displaystyle\int_a^{x+a} \cos(t-a)\,g(\sin(t-a))\,dt - f(x)$とする。$f(x) > 0$，$f'(x) > 0$であり，$g(x) = xf(x)$であるとする。$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{4}$のとき$F(x) \leqq 0$となることを示せ。