福島県立医科大学

平　成　28　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　　学

（時間：120分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません。

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します。

福島県立医科大学

問　題　訂　正　指　示　書

試験問題に訂正がありますので、以下のように、試験監督者から受験者への周知をお願いします。

周知の方法

試験開始の指示をした後、下記の内容を板書にて周知願います。

訂正内容

数学

[2]（2）　誤）点Fと点Gの座標をそれぞれbで表わせ。

↓

正）点Gの座標をbで表わせ。

〔1〕 以下の各問いについて答えだけを書け。

(1) 空間の点 $A(1, -3, -2)$, $B(-2, 3, 1)$について，$AP = 2BP$を満たす点Pの全体はどのような図形になるか。

(2) 不等式 $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) < 2$ を解け。

(3) 5^{100} を 4^3 で割ったときの余りを求めよ。

(4) nを自然数とする。$\sqrt{i} \leqq j \leqq n$ を満たす自然数の組(i, j)の個数をnで表わせ。

(5) 複素数平面上で，3点 $A(4z)$，$B(3z+2)$，$C(z^3)$を頂点とする△ABCが正三角形となるような複素数zをすべて求めよ。

(6) $f(x) = \cos x + \int_0^{\pi} \sin(x-t) f(t)\, dt$ を満たす関数$f(x)$を求めよ。

〔2〕 b ($b > 1$)を実数とする。$A(1, 0)$，$B(0, b)$を2つの頂点とする正方形ABCDがxy座標平面上にあり，点$E(-1, 0)$と点Cを結んだ直線とy軸の交点をF，また，直線CEと直線ABの交点をGとする。ただし，正方形の頂点はA→B→C→Dの順に時計回りに並んでいるものとする。以下の問いに答えよ。

(1) 点Cと点Dの座標をそれぞれbで表わせ。

(2) 点Fと点Gの座標をそれぞれbで表わせ。

(3) △DFGの外接円の中心の座標をbで表わせ。

〔3〕 命題P「a ($0 \leqq a \leqq 2\pi$)を定数としたとき，方程式 $x = \sin(x+a)$ はただ1つの実数解をもつ」が真であるとき，方程式 $x = \sin(x+a)$ の解xを$f(a)$で表わす。以下の問いに答えよ。

(1) 命題Pが真であることを示せ。

(2) $n = 0, 1, 2$について，$f(n\pi)$の値を求めよ。

(3) $0 < x < 2\pi$のとき，$\cos(x + f(x)) < 1$であることを示せ。

(4) 次の各問いに答えよ。ただし，関数$f(x)$は$0 \leqq x \leqq 2\pi$で連続，$0 < x < 2\pi$で微分可能であると仮定してよい。

(i) 関数 $\theta(x) = x + f(x)$ は$0 \leqq x \leqq 2\pi$において増加することを示せ。

(ii) 関数 $y = f(x)$ ($0 \leqq x \leqq 2\pi$) の増減，グラフの凹凸を調べ，最大値と最小値を求めよ。

(iii) 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leqq x \leqq 2\pi$) とx軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(5) 導関数の定義と $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を利用することにより，関数$f(x)$が$0 < x < 2\pi$において微分可能であることを示せ。ただし，$f(x)$は$0 \leqq x \leqq 2\pi$で連続であると仮定してよい。