福島県立医科大学

平　成　27　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　学

(時間：120 分)

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません。

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します。

問題訂正

福島県立医科大学

平成27年度医学部前期入学試験問題（数学）

試験開始後，下の枠内の文章を板書して下さい。

〔1〕(4)

(iii) $\cdots\cdots$ あるとき，$\underline{\underline{\qquad\qquad\qquad}}$ 2つの極値 $\cdots\cdots$

〔訂正〕 (iii) $\cdots\cdots$ あるとき，$\underline{\underline{y=f(x)\ \left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)}}$ の 2つの極値 $\cdots\cdots$

〔2〕

(2) 点Pが $\cdots\cdots$ 立方体の内部<u>に含まれる</u>ことを示せ。

〔訂正〕 (2) 点Pが $\cdots\cdots$ 立方体の内部<u>または面上にある</u>ことを示せ。

〔1〕 以下の各問いに答えよ。

(1) ひし形ABCDの一辺の長さは2で，$\angle ABC = 60°$である。$\triangle ABC$の外接円をC_1，$\triangle BCD$の外接円をC_2とするとき，C_1の内部でありかつC_2の内部である領域の面積を求めよ。

(2) 実数を係数とする3次方程式 $x^3 - 2(\alpha + \beta)x^2 + (\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)x - 8\sqrt{3} = 0$ の3つの解がα，β，γであるという。このような複素数α，β，γを求めよ。

(3) 曲線$y = (x^2 - 4)\log x \quad (x > 0)$ とx軸で囲まれた図形をx軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。

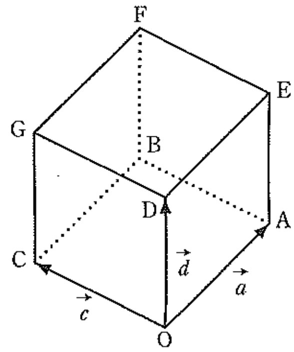
(4) aを定数とする。$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ における2つの関数 $f(x) = \dfrac{a}{2}\sin^2 x - \sin x + \cos x$，$g(x) = \dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}$ について，次の問いに答えよ。

(i) $y = g(x) \quad \left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の増減を調べ，グラフをかけ。

(ii) $y = f(x) \quad \left(0 < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ が2つの極値をもつような定数aの値の範囲を求めよ。

(iii) 定数aの値が(ii)で求めた範囲にあるとき，2つの極値の和をaを用いて表せ。

〔2〕 右下の図のような立方体OABC − DEFGにおいて，$\vec{a} = \overrightarrow{OA}$，$\vec{c} = \overrightarrow{OC}$，$\vec{d} = \overrightarrow{OD}$とする。また，2点P，Qは四角形DEFGを含む平面上の点とする。$\overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{c} + \vec{d}$ として，以下の問いに答えよ。



(1) 直線OPと直線BQが垂直に交わるとき，x，yの満たす条件を求めよ。
またこのとき，$\overrightarrow{OQ}$をx，y，$\vec{a}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$を用いて表せ。

(2) 点Pが四角形DEFGの内部または辺上にあり，直線OPと直線BQが垂直に交わるとき，直線OPと直線BQの交点は立方体の内部に含まれることを示せ。

(3) 2点P，Qが四角形DEFGの内部または辺上にあり，直線OPと直線BQが垂直に交わるようなx，yについて，点(x, y)の全体からなる領域をxy平面上に図示せよ。

〔3〕 条件 $a_1 = \dfrac{7}{4}$，$a_{n+1} = \sqrt{2 - a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定められる実数の列$\{a_n\}$について，以下の問いに答えよ。

(1) 極限 $a = \lim_{n \to \infty} a_n$ が存在すると仮定したとき，aのとりうる値を求めよ。

(2) 自然数nと(1)で求めたaについて，次の各不等式が成り立つことを証明せよ。

(i) $a_{2n} < a < a_{2n-1}$ (ii) $a - a_{2n} \leqq \dfrac{1}{2^{2n-1}}$ (iii) $a_{2n-1} - a \leqq \dfrac{1}{2^{2n-2}}$