

神戸大学

数学

問題

2019年度入試

- 【学部】 国際人間科学部、理学部、医学部、工学部、農学部、海事科学部
- 【入試名】 前期日程
- 【試験日】 2月25日
- 【試験時間】 120分



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

1 以下の間に答えよ.

(配点 30 点)

(1) 関数

$$f(x) = \frac{\log x}{x}$$

の $x > 0$ における最大値とそのときの x の値を求めよ.

(2) a を $a \neq 1$ をみたす正の実数とする. 曲線 $y = e^x$ と曲線 $y = x^a$ ($x > 0$) が共有点 P をもち、さらに点 P において共通の接線をもつとする. 点 P の x 座標を t とするとき、 a と t の値を求めよ.

(3) a と t を (2) で求めた実数とする. x を $x \neq t$ をみたす正の実数とすると、 e^x と x^a の大小を判定せよ.

2 $|\overrightarrow{AB}| = 2$ をみたす $\triangle PAB$ を考え、辺 AB の中点を M 、 $\triangle PAB$ の重心を G とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1) $|\overrightarrow{PM}|^2$ を内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ を用いて表せ.

(2) $\angle AGB = \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ の値を求めよ.

(3) 点 A と点 B を固定し、 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \frac{5}{4}$ をみたすように点 P を動かすとき、 $\angle ABG$ の最大値を求めよ. ただし、 $0 < \angle ABG < \pi$ とする.

3 n を 2 以上の整数とする. 2 個のさいころを同時に投げるとき、出た目の数の積を n で割った余りが 1 となる確率を P_n とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1) P_2, P_3, P_4 を求めよ.

(2) $n \geq 36$ のとき、 P_n を求めよ.

(3) $P_n = \frac{1}{18}$ となる n をすべて求めよ.

4 次のように 1, 3, 4 を繰り返し並べて得られる数列を $\{a_n\}$ とする.

$$1, 3, 4, 1, 3, 4, 1, 3, 4, \dots$$

すなわち、 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 4$ で、4 以上の自然数 n に対し、 $a_n = a_{n-3}$ とする. この数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1) S_n を求めよ.

(2) $S_n = 2019$ となる自然数 n は存在しないことを示せ.

(3) どのような自然数 k に対しても、 $S_n = k^2$ となる自然数 n が存在することを示せ.

5 媒介変数表示

$$x = \sin t, \quad y = (1 + \cos t) \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

で表される曲線を C とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1) $\frac{dy}{dx}$ および $\frac{d^2y}{dx^2}$ を t の関数として表せ.

(2) C の凹凸を調べ、 C の概形を描け.

(3) C で囲まれる領域の面積 S を求めよ.