

神戸大学

数学

問題

2018年度入試

- 【学部】 国際人間科学部、理学部、医学部、工学部、農学部、海事科学部
- 【入試名】 前期日程
- 【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1 t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする. $OABC$ を 1 辺の長さが 1 の正四面体とする. 辺 OA を $1-t:t$ に内分する点を P , 辺 OB を $t:1-t$ に内分する点を Q , 辺 BC の中点を R とする. また $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) \vec{QP} と \vec{QR} を $t, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ.
- (2) $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ のとき, t の値を求めよ.
- (3) t が (2) で求めた値をとるとき, $\triangle PQR$ の面積を求めよ.

- 2 k を 2 以上の整数とする. また

$$f(x) = \frac{1}{k} \left((k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}} \right)$$

とおく. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

- (1) $x > 0$ において, 関数 $y = f(x)$ の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ.
- (2) 数列 $\{x_n\}$ が $x_1 > 1, x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 1, 2, \dots$) を満たすとき, $x_n > 1$ を示せ.
- (3) (2) の数列 $\{x_n\}$ に対し,

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ. また $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ.

- 3 さいころを 3 回ふって, 1 回目に出た目の数を a , 2 回目と 3 回目に出た目の数の和を b とし, 2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ ……(*) (配点 30 点)

を考える. 以下の間に答えよ.

- (1) (*) が $x = 1$ を解にもつ確率を求めよ.
- (2) (*) が整数を解にもつとする. このとき (*) の解は共に正の整数であり, また少なくとも 1 つの解は 3 以下であることを示せ.
- (3) (*) が整数を解にもつ確率を求めよ.

- 4 整式 $f(x)$ は実数を係数にもつ 3 次式で, 3 次の係数は 1, 定数項は -3 とする. 方程式 $f(x) = 0$ は, 1 と虚数 α, β を解にもつとし, α の実部は 1 より大きく, α の虚部は正とする. 複素数平面上で $\alpha, \beta, 1$ が表す点を順に A, B, C とし, 原点を O とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

- (1) α の絶対値を求めよ.
- (2) θ を α の偏角とする. $\triangle ABC$ の面積 S を θ を用いて表せ.
- (3) S を最大にする θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) とそのときの整式 $f(x)$ を求めよ.

- 5 座標空間において, O を原点とし, $A(2, 0, 0), B(0, 2, 0), C(1, 1, 0)$ とする. $\triangle OAB$ を直線 OC の周りに 1 回転してできる回転体を L とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

- (1) 直線 OC 上にない点 $P(x, y, z)$ から直線 OC におろした垂線を PH とする. \vec{OH} と \vec{HP} を x, y, z の式で表せ.
- (2) 点 $P(x, y, z)$ が L の点であるための条件は

$$z^2 \leq 2xy \text{ かつ } 0 \leq x + y \leq 2$$

であることを示せ.

- (3) $1 \leq a \leq 2$ とする. L を平面 $x = a$ で切った切り口の面積 $S(a)$ を求めよ.
- (4) 立体 $\{(x, y, z) \mid (x, y, z) \in L, 1 \leq x \leq 2\}$ の体積を求めよ.