

神戸大学

数学

問題

2016年度入試

- 【学部】 発達科学部、理学部、医学部、工学部、農学部、海事科学部
- 【入試名】 前期日程
- 【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 四面体 $OABC$ において、 P を辺 OA の中点、 Q を辺 OB を $2:1$ に内分する点、 R を辺 BC の中点とする。 P, Q, R を通る平面と辺 AC の交点を S とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) \vec{PQ} , \vec{PR} をそれぞれ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
 - (2) 比 $|\vec{AS}| : |\vec{SC}|$ を求めよ。
 - (3) 四面体 $OABC$ を 1 辺の長さが 1 の正四面体とすると、 $|\vec{QS}|$ を求めよ。
- 2 a を正の定数とし、 $f(x) = |x^2 + 2ax + a|$ とおく。以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。
 - (2) $a = 2$ とする。すべての実数 x に対して $f(x) \geq 2x + b$ が成り立つような実数 b の取りうる値の範囲を求めよ。
 - (3) $0 < a \leq \frac{3}{2}$ とする。すべての実数 x に対して $f(x) \geq 2x + b$ が成り立つような実数 b の取りうる値の範囲を a を用いて表せ。また、その条件をみたす点 (a, b) の領域を ab 平面上に図示せよ。
- 3 a を正の定数とし、2 曲線 $C_1: y = \log x$, $C_2: y = ax^2$ が点 P で接しているとする。以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) P の座標と a の値を求めよ。
 - (2) 2 曲線 C_1, C_2 と x 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。
- 4 約数、公約数、最大公約数を次のように定める。
- 2 つの整数 a, b に対して、 $a = bk$ をみたす整数 k が存在するとき、 b は a の約数であるという。
 - 2 つの整数に共通の約数をそれらの公約数という。
 - 少なくとも一方が 0 でない 2 つの整数の公約数の中で最大のものをそれらの最大公約数という。
- 以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) a, b, c, p は 0 でない整数で $a = pb + c$ をみたしているとする。
 - (i) $a = 18, b = 30, c = -42, p = 2$ のとき、 a と b の公約数の集合 S , および b と c の公約数の集合 T を求めよ。
 - (ii) a と b の最大公約数を M , b と c の最大公約数を N とする。 M と N は等しいことを示せ。ただし、 a, b, c, p は 0 でない任意の整数とする。
 - (2) 自然数の列 $\{a_n\}$ を

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, \dots), \quad a_1 = 3, \quad a_2 = 4$$
 で定める。
 - (i) a_{n+1} と a_n の最大公約数を求めよ。
 - (ii) a_{n+4} を a_{n+2} と a_n を用いて表せ。
 - (iii) a_{n+2} と a_n の最大公約数を求めよ。
- 5 極方程式で表された xy 平面上の曲線 $r = 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) を C とする。以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) 曲線 C 上の点を直交座標 (x, y) で表したとき、 $\frac{dx}{d\theta} = 0$ となる点、および $\frac{dy}{d\theta} = 0$ となる点の直交座標を求めよ。
 - (2) $\lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{dy}{dx}$ を求めよ。
 - (3) 曲線 C の概形を xy 平面上にかけ。
 - (4) 曲線 C の長さを求めよ。