

神戸大学

数学

問題

2015年度入試

【学部】 発達科学部、理学部、医学部、工学部、農学部、海事科学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1 座標平面上の2つの曲線 $y = \frac{x-3}{x-4}$, $y = \frac{1}{4}(x-1)(x-3)$ をそれぞれ C_1 , C_2 とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) 2 曲線 C_1 , C_2 の交点をすべて求めよ.
 - (2) 2 曲線 C_1 , C_2 の概形をかき, C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ.
- 2 座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ を C とする. $a > 2$, $0 < \theta < \pi$ とし, x 軸上の点 $A(a, 0)$ と楕円 C 上の点 $P(2 \cos \theta, \sin \theta)$ をとる. 原点を O とし, 直線 AP と y 軸との交点を Q とする. 点 Q を通り x 軸に平行な直線と, 直線 OP との交点を R とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) 点 R の座標を求めよ.
 - (2) (1) で求めた点 R の y 座標を $f(\theta)$ とする. このとき, $0 < \theta < \pi$ における $f(\theta)$ の最大値を求めよ.
 - (3) 原点 O と点 R の距離の2乗を $g(\theta)$ とする. このとき, $0 < \theta < \pi$ における $g(\theta)$ の最小値を求めよ.
- 3 a を正の実数とする. 座標平面上の曲線 C を
- $$y = x^4 - 2(a+1)x^3 + 3ax^2$$
- で定める. 曲線 C が2つの変曲点 P , Q をもち, それらの x 座標の差が $\sqrt{2}$ であるとする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) a の値を求めよ.
 - (2) 線分 PQ の中点と x 座標が一致するような, C 上の点を R とする. 三角形 PQR の面積を求めよ.
 - (3) 曲線 C 上の点 P における接線が P 以外で C と交わる点を P' とし, 点 Q における接線が Q 以外で C と交わる点を Q' とする. 線分 $P'Q'$ の中点の x 座標を求めよ.
- 4 a , b を実数とし, 自然数 k に対して $x_k = \frac{2ak+6b}{k(k+1)(k+3)}$ とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) $x_k = \frac{p}{k} + \frac{q}{k+1} + \frac{r}{k+3}$ がすべての自然数 k について成り立つような実数 p , q , r を, a , b を用いて表せ.
 - (2) $b = 0$ のとき, 3 以上の自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n x_k$ を求めよ. また, $a = 0$ のとき, 4 以上の自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n x_k$ を求めよ.
 - (3) 無限級数 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ の和を求めよ.
- 5 a , b , c を 1 以上 7 以下の自然数とする. 次の条件 (*) を考える.
- (*) 3 辺の長さが a , b , c である三角形と, 3 辺の長さが $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ である三角形が両方とも存在する.
- 以下の間に答えよ. (配点 30 点)
- (1) $a = b > c$ であり, かつ条件 (*) をみたす a , b , c の組の個数を求めよ.
 - (2) $a > b > c$ であり, かつ条件 (*) をみたす a , b , c の組の個数を求めよ.
 - (3) 条件 (*) をみたす a , b , c の組の個数を求めよ.