

神戸大学

数学

問題

2014年度入試

- 【学部】 発達科学部、理学部、医学部、工学部、農学部、海事科学部
- 【入試名】 前期日程
- 【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 a を実数とし、 $f(x) = xe^x - x^2 - ax$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, f(0))$ における接線の傾きを -1 とする。このとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) a の値を求めよ。
 - (2) 関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ。
 - (3) b を実数とすると、2つの曲線 $y = xe^x$ と $y = x^2 + ax + b$ の $-1 \leq x \leq 1$ の範囲での共有点の個数を調べよ。
- 2 m, n ($m < n$) を自然数とし、

$$a = n^2 - m^2, \quad b = 2mn, \quad c = n^2 + m^2$$
と置く。三辺の長さが a, b, c である三角形の内接円の半径を r とし、その三角形の面積を S とする。このとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) $a^2 + b^2 = c^2$ を示せ。
 - (2) r を m, n を用いて表せ。
 - (3) r が素数のときに、 S を r を用いて表せ。
 - (4) r が素数のときに、 S が 6 で割り切れることを示せ。
- 3 空間において、原点 O を通らない平面 α 上に一辺の長さ 1 の正方形があり、その頂点を順に A, B, C, D とする。このとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) ベクトル \overrightarrow{OD} を、 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。
 - (2) $OA = OB = OC$ のとき、ベクトル
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$$
が、平面 α と垂直であることを示せ。
- 4 n を自然数とする。1 から $2n$ までの番号をつけた $2n$ 枚のカードを袋に入れ、よくかき混ぜて n 枚を取り出し、取り出した n 枚のカードの数字の合計を A 、残された n 枚のカードの数字の合計を B とする。このとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) n が奇数のとき、 A と B が等しくないことを示せ。
 - (2) n が偶数のとき、 A と B の差は偶数であることを示せ。
 - (3) $n = 4$ のとき、 A と B が等しい確率を求めよ。
- 5 a, b を正の実数とし、 xy 平面上に 3 点 $O(0, 0), A(a, 0), B(a, b)$ をとる。三角形 OAB を、原点 O を中心に 90° 回転するとき、三角形 OAB が通過してできる図形を D とする。このとき、以下の間に答えよ。(配点 30 点)
- (1) D を xy 平面上に図示せよ。
 - (2) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。
 - (3) $a + b = 1$ のとき、(2) で求めた V の最小値と、そのときの a の値を求めよ。