

琉球大学

数学

問題

2019年度入試

【学部】 教育学部、理学部、医学部、工学部、農学部、国際地域創造学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【試験時間】 農学部と学校教育〈数学教育〉を除く教育学部、国際地域創造学部は60分、他は120分

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕 農学部と学校教育〈数学教育〉を除く教育学部、国際地域創造学部は **5** **6** のみ解答。他は **1** ~ **4** を解答。



「過去問ライブラリー」は、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1 a と b は定数で、 $a \neq 0$ かつ $b \neq 0$ とする。次の問いに答えよ。(50点)
- (1) 関数 $f(x) = e^{ax} \sin(bx)$ と $g(x) = e^{ax} \cos(bx)$ について、 $af(x) - bg(x)$ と $bf(x) + ag(x)$ を微分せよ。
 - (2) 不定積分 $\int e^{ax} \sin(bx) dx$ と $\int e^{ax} \cos(bx) dx$ を求めよ。
 - (3) 曲線 $y = e^{-x} \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) と x 軸で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。
- 2 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x^2}$ ($x > 0$) とする。 $f(x)$ の最大値を与える x を a とする。次の問いに答えよ。(50点)
- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べることにより、 a の値および最大値 $f(a)$ を求めよ。
 - (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線が原点 $(0, 0)$ を通るとき、その接線の方程式を求めよ。
 - (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を求めよ。
- 3 数列 $\{a_n\}$ が
- $$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = \sqrt{\frac{a_n}{a_{n+1}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
- で定められるとき、次の問いに答えよ。(50点)
- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とする。 b_{n+2} を b_{n+1} , b_n を用いて表せ。
 - (2) (1) で求めた関係式を次のように表すとき、定数 p, q を求めよ。

$$\begin{cases} b_{n+2} - pb_{n+1} = q(b_{n+1} - pb_n) \\ b_{n+2} - qb_{n+1} = p(b_{n+1} - qb_n) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
 ただし、 $p \geq q$ とする。
 - (3) (2) で求めた p, q を用いて数列 $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ を次のように定める。

$$c_n = b_{n+1} - pb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$d_n = b_{n+1} - qb_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
 一般項 c_n, d_n をそれぞれ求めよ。
 - (4) 一般項 b_n および極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n+1}$ を求めよ。
- 4 箱の中に赤玉1個と白玉2個が入っている。この箱から玉を1個取り出し、玉の色を見た上で箱に戻すという試行を n 回繰り返す。赤玉が連続して m 回以上出た確率を $P(n, m)$ とおく。ただし、 $n \geq m \geq 2$ とする。次の問いに答えよ。(50点)
- (1) $P(2, 2)$, $P(3, 2)$, $P(4, 2)$ を求めよ。
 - (2) $P(m, m)$, $P(m+1, m)$, $P(m+2, m)$ を求めよ。
 - (3) $n = m+1, m+2, m+3, \dots, 2m$ に対し $P(n, m) - P(n-1, m)$ を求めよ。
 - (4) $P(2m, m)$ を求めよ。
- 5 次の問いに答えよ。(50点)
- (1) 不定方程式 $21x - 10y = 1$ の整数解で、 $0 \leq x \leq 1000$ を満たすものの個数を求めよ。
 - (2) 任意の自然数 n に対して、 $n^5 - n$ は30で割り切れることを示せ。
 - (3) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ のとき、方程式 $\cos(2\theta) + \sin \theta = 1$ を解け。
- 6 a は正の実数とする。 $y = 2ax^2 - (5a-1)x + 2a+1$ で表される放物線を C とする。次の問いに答えよ。(50点)
- (1) 放物線 C は a の値によらず、2定点を通る。その2定点の座標をそれぞれ求めよ。
 - (2) 放物線 C と放物線 $y = x(1-x)$ がただ1つの共有点をもつとき、その共有点の座標と a の値を求めよ。
 - (3) (1) で求めた2定点を通る直線と放物線 C で囲まれる部分の面積を S とする。 S の値を a を用いて表せ。