

# 琉球大学

## 数学

### 問題

#### 2016年度入試

【学部】 教育学部、理学部、医学部、工学部、農学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月25日

【問題解答前の確認事項】

〔注意〕 農学部と学校教育〈数学〉を除く教育学部は **5 6** のみ解答。他は **1 ~ 4** を解答。



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

1  $i$  を虚数単位とし、 $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$  とおく。次の問いに答えよ。(50 点)

- (1)  $z^5$  および  $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$  の値を求めよ。
- (2)  $t = z + \frac{1}{z}$  とおく。  $t^2 + t$  の値を求めよ。
- (3)  $\cos \frac{2\pi}{5}$  の値を求めよ。
- (4) 半径 1 の円に内接する正五角形の 1 辺の長さの 2 乗を求めよ。

2 定積分  $\int_a^{a+1} |e^x - 1| dx$  の値を  $I(a)$  とする。次の問いに答えよ。(50 点)

- (1)  $-1 \leq a \leq 0$  のとき、 $I(a)$  を  $a$  で表せ。
- (2)  $a$  が実数全体を動くとき、 $I(a)$  を最小にするような  $a$  の値を求めよ。

3 次の問いに答えよ。(50 点)

- (1) 自然数  $n$  に対して  $\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x} dx$  を求めよ。
- (2)  $x > 0$  のとき、不等式  $x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < x$  が成り立つことを示せ。
- (3) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x + \log(1+x)} dx$  を求めよ。

4  $N$  を 3 以上の自然数とする。  
1 から  $N$  までの数字が 1 つずつ書かれた  $N$  枚のカードを袋に入れ、「無作為に 1 枚カードを取り出し、そのカードを袋に戻さずに次のカードを取り出す」という作業を 3 枚のカードを取り出すまで繰り返す。取り出された 3 枚のカードに書かれた数の最大値を  $X$  とする。

また、1 から  $N$  までの数字が 1 つずつ書かれた  $N$  枚のカードを袋に入れ、「無作為に 1 枚カードを取り出してはそれに書かれた数を記録し、袋に戻す」という作業を 3 回行い、記録された数の最大値を  $Y$  とする。

$n$  を  $N$  以下の自然数とする。 $X = n$  となる確率を  $p_n$  とし、 $Y = n$  となる確率を  $q_n$  とする。

次の問いに答えよ。(50 点)

- (1)  $p_3, q_1, q_2, q_3$  を求めよ。
- (2)  $p_n$  と  $q_n$  を求めよ。

5 次の問いに答えよ。(50 点)

(1) 整式  $P(x)$  は、 $P\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{8}{3}$  と  $P\left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{5}{2}$  を満たす。 $P(x)$  を  $6x^2 + 11x - 35$  で割った余りを求めよ。

(2) 座標空間内の 3 点  $A(3, 0, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$ ,  $C(1, s, t)$  を頂点とする三角形  $ABC$  の重心を  $G$ , 原点を  $O$  とする。 $OG \perp AG$ ,  $OG \perp AB$  となるときの  $s$  と  $t$  の値を求めよ。

(3) 変数  $x$  の値が  $x_1, x_2, x_3$  のとき、その平均値を  $\bar{x}$  とする。分散  $s^2$  を

$$\frac{1}{3} \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2\}$$

で定義するとき、 $s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$  となることを示せ。ただし  $\overline{x^2}$  は  $x_1^2, x_2^2, x_3^2$  の平均値を表す。

6 座標平面上の原点  $O$ ,  $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ,  $Q\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  の 3 点を通る放物線  $y = ax^2 + bx + c$  を  $C_1$  とし、原点  $O$  を中心とする半径 1 の円を  $C_2$  とする。次の問いに答えよ。(50 点)

- (1)  $a, b, c$  の値を求めよ。
- (2) 放物線  $C_1$  と線分  $PQ$  で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) 放物線  $C_1$  と円  $C_2$  で囲まれた図形のうち、放物線  $C_1$  の上側の部分の面積を求めよ。