

熊本大学

数学

問題

2017年度入試

【学部】 医学部
【入試名】 前期日程
【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1 半径 1 の円に外接する $\triangle ABC$ について、 $\angle CAB = 2x$, $\angle ABC = 2y$, $\angle BCA = 2z$ とする。
 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、以下の問いに答えよ。
- (1) $S = \frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y} + \frac{1}{\tan z}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $z = \frac{\pi}{6}$ のとき、 S の最小値とそのときの x, y を求めよ。
- 2 $s > 0, t > 0$ とする。複素数平面上の $\alpha = -i, \beta = 2 - 2i, \gamma = s + ti$ を表す点をそれぞれ A, B, C とする。さらに、点 D を直線 AC に関して点 B と反対側にとり、 $\triangle ACD$ が正三角形になるようにする。点 D を表す複素数を z とするとき、以下の問いに答えよ。
- (1) z を s, t を用いて表せ。
- (2) α, β, γ が等式 $4(\beta - \alpha)^2 + (\gamma - \alpha)^2 - 2(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha) = 0$ を満たすとき、 γ と z をそれぞれ求めよ。
- (3) (2) で求めた γ と z に対して、直線 AC と直線 BD の交点を F とし、 $\angle DFC = \theta$ とする。このとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- 3 $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x^2}$ ($x > 0$) とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とし、点 $P(t, f(t))$ ($t > 0$) における曲線 C の接線を l とする。以下の問いに答えよ。
- (1) 接線 l と曲線 C が点 P 以外に共有点をもたないような t の最大値を求めよ。
- (2) (1) で求めた t の値を a とする。実数 k に対し、直線 $l_k: y = k(x-a) + f(a)$ と曲線 C の共有点の個数を求めよ。
- (3) (2) の直線 l_k と曲線 C の共有点が 2 個のとき、それら共有点の x 座標のうち小さい方の値が $\frac{1}{3}$ となるような k を求め、そのときの曲線 C と直線 l_k で囲まれた部分の面積を求めよ。
- 4 n は 2 以上の自然数とする。1 から $2n$ までの自然数の順列 a_1, a_2, \dots, a_{2n} に対して、分数の和
- $$\frac{a_1}{a_{n+1}} + \frac{a_2}{a_{n+2}} + \dots + \frac{a_n}{a_{2n}} \quad \dots\dots(*)$$
- を考える。1 から $2n$ までの自然数のすべての順列に対して (*) がとり得る値の最大値を S_n とする。以下の問いに答えよ。
- (1) S_2 を求めよ。
- (2) S_n を与える順列 a_1, a_2, \dots, a_{2n} の例を 1 つ挙げ、その理由を述べよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n \log n}$ を求めよ。