

# 熊本大学

## 数学

### 問題

#### 2016年度入試

【学部】 医学部  
【入試名】 前期日程  
【試験日】 2月25日



「過去問ライブラリーは、(株) 旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株) 旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】 8/1 【2018年】 4/24、9/20 【2019年】 6/20

- 1  $\triangle ABC$  と、 $A$  を通り  $BC$  に平行な直線  $l$  を考える.  $k$  を正の数とし、直線  $l$  上に点  $P$  を  $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{BC}$  とするようにとる. また直線  $l$  上に点  $Q$  を、線分  $PB$  と線分  $QC$  が1点で交わるようにとる. その交点を  $R$  とする.  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  とおき、また  $m$  を  $\overrightarrow{AQ} = m\overrightarrow{AP}$  により定める. 以下の問いに答えよ.
- (1)  $\overrightarrow{AR}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $k$ ,  $m$  を用いて表せ.
- (2)  $|\vec{b}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = 2$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{3}{4}$ ,  $m = -1$  とする.  $\overrightarrow{BR}$  と  $\overrightarrow{CR}$  が直交するとき、 $k$  の値を求めよ.

- 2  $x \geq 1$  で定義された関数

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}$$

について、以下の問いに答えよ.

- (1)  $x \geq 1$  における  $f(x)$  の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ.
- (2) (1) で求めた  $x$  の値を  $a$  とする. 曲線  $y = f(x)$  と2直線  $y = 0$ ,  $x = a$  で囲まれた図形を  $D$  とする.  $D$  の面積を求めよ.
- (3) (2) の図形  $D$  を  $y$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ.
- 3  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす  $\theta$  に対して、 $\alpha = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$  とする. ただし、 $i$  は虚数単位である.  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$z_n = \alpha^n - 2\alpha^{n-1}$$

とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\theta = \frac{\pi}{3}$  とするとき、 $z_n$  を極形式で表せ.
- (2)  $\theta = \frac{\pi}{3}$  とするとき、 $\sum_{k=1}^n |z_k| > 500$  となる最小の  $n$  を求めよ.
- (3)  $z_{1000}$  が実数となるような  $\theta$  の値の個数を求めよ.
- 4  $a, b$  を実数とし、曲線  $C: y = x^3 - 3ax^2 + bx$  を考える.  $C$  の接線の傾きの最小値が  $-3$  であるとき、以下の問いに答えよ.
- (1)  $b$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $C$  が  $x$  軸の正の部分、負の部分とそれぞれ1点で交わるとする. このとき  $a$  の値の範囲を求めよ.
- (3)  $a$  が(2)で求めた範囲にあるとき、 $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積の最小値を求め、そのときの  $a$  の値を求めよ.

