

# 熊本大学

## 数学

### 問題

#### 2015年度入試

【学部】	医学部
【入試名】	前期日程
【試験日】	2月25日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

- 1  $\triangle ABC$  の 3 辺の長さを  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$  とし, 条件  
 $a + b + c = 1$ ,  $9ab = 1$   
 が成り立つとする. 以下の問いに答えよ.  
 (1)  $a$  の値の範囲を求めよ.  
 (2)  $\theta = \angle C$  とするとき,  $\cos \theta$  の値の範囲を求めよ.
- 2  $p, q, r$  を実数とする. 空間内の 3 点  $A(1, p, 0)$ ,  $B(q, 1, 1)$ ,  $C(-1, -1, r)$  が一直線上にあるとき, 以下の問いに答えよ. ただし,  $O$  を原点とする.  
 (1)  $p$  は 1 でも  $-1$  でもないことを示せ.  
 (2)  $q, r$  を  $p$  を用いて表せ.  
 (3)  $p', q', r'$  を実数とし, 空間内の 3 点を  $A'(1, p', 0)$ ,  $B'(q', 1, 1)$ ,  $C'(-1, -1, r')$  とする. ベクトル  $\overrightarrow{OA'}$ ,  $\overrightarrow{OB'}$ ,  $\overrightarrow{OC'}$  がいずれもベクトル  $\overrightarrow{AB}$  に垂直であるとき,  $p', q', r'$  を  $p$  を用いて表せ.  
 (4) (3) における 3 点  $A', B', C'$  は一直線上にないことを示せ.
- 3  $a$  と  $b$  を正の実数とする.  $\triangle ABC$  において,  $\angle B$  と  $\angle C$  は鋭角とする. 点  $A$  を通り辺  $BC$  に直交する直線を引き, 辺  $BC$  との交点を  $X_1$  とし, 線分  $AX_1$  の長さを 1 とする. また,  $BX_1 = a$ ,  $CX_1 = b$  とする. 各  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して以下の操作を行う.  
 辺  $BC$  上の点  $X_n$  を通り辺  $AC$  に平行な直線を引き, 辺  $AB$  との交点を  $Y_n$  とする. また, 点  $Y_n$  を通り辺  $BC$  に平行な直線を引き, 辺  $AC$  との交点を  $Z_n$  とする. 点  $Z_n$  を通り辺  $BC$  に直交する直線を引き, 辺  $BC$  との交点を  $X_{n+1}$  とする.  
 線分  $Z_n X_{n+1}$  の長さを  $l_n$  とするとき, 以下の問いに答えよ.  
 (1)  $l_1$  を  $a, b$  を用いて表せ.  
 (2)  $l_{n+1}$  を  $l_n, a, b$  を用いて表せ.  
 (3)  $b = 8a$  のとき,  $l_n > \frac{1}{2}$  となる最小の奇数  $n$  を求めよ. 必要ならば,  $3.169 < \log_2 9 < 3.17$  を用いてよい.
- 4  $r$  を正の実数とする. 数列  $\{a_n\}$  を  

$$a_n = \int_0^{n\pi} e^{-rx} |\sin x| dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
 と定めるとき, 以下の問いに答えよ.  
 (1)  $a_{n+1} - a_n$  を求めよ.  
 (2)  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.  
 (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を  $r$  を用いて表せ.  
 (4) (3) で求めた  $r$  の式を  $f(r)$  とおく.  $\lim_{r \rightarrow +0} r f(r)$  を求めよ.