

熊本大学 一般

平成 25 年度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数 学 ③

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 III ・ 数学 A ・ 数学 B ・ 数学 C)

試験時間 120 分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
5. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

1 X, Y は $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ の空でない部分集合で、 $X \cap Y$ は空集合とする。また、 n を自然数とする。A 君、B 君が以下のルールで対戦する。

- (i) 1 回目の対戦では、まず A 君がさいころを投げて、出た目が X に属するならば A 君の勝ちとする。出た目が X に属さなければ B 君がさいころを投げて、出た目が Y に属するならば B 君の勝ちとする。
- (ii) 1 回目の対戦で勝負がつかなかった場合は、1 回目と同じ方法で 2 回目以降の対戦を行い、どちらかが勝つまで続ける。ただし、 n 回対戦して勝負がつかなかった場合は引き分けにする。

以下の問いに答えよ。

- (問 1) さいころを投げたとき、 X, Y に属する目が出る確率をそれぞれ p, q とする。A 君が勝つ確率を求めよ。
- (問 2) A 君が勝つ確率が、B 君が勝つ確率よりも大きくなるような集合の組 (X, Y) は何通りあるか。

2 O を原点とする空間内の 2 点 $A(-1, 1, 1), B(2, 1, -2)$ に対して、 $\vec{OA} \cdot \vec{OP} \geq 0$ かつ $\vec{OB} \cdot \vec{OP} \geq 0$ を満たす平面 OAB 上の点 P からなる領域を D とする。以下の問いに答えよ。

- (問 1) 実数 k に対して、 $\vec{OQ} = k\vec{OA} + (1-k)\vec{OB}$ によって定まる点 Q が領域 D に含まれるとき、 k の値の範囲を求めよ。
- (問 2) 点 C を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円が領域 D に含まれるとき、 $|\vec{OC}|$ が最小となる C の座標を求めよ。

3 半径1, 中心角 θ ($0 < \theta < \pi$)の扇形に内接する円の半径を $f(\theta)$ とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(\theta)$ を求めよ。

(問 2) $0 < \theta < \pi$ の範囲で $f(\theta)$ は単調に増加し, $f'(\theta)$ は単調に減少することを示せ。

(問 3) 定積分

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta$$

を求めよ。

4 xy 平面上で, 点 $(1, 0)$ までの距離と y 軸までの距離の和が2である点の軌跡を C とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) C で囲まれた部分の面積を求めよ。

(問 2) a を正の数とする。円 $x^2 + y^2 = a$ と C の交点の個数が, a の値によってどのように変わるかを調べよ。