

浜松医科大学

数学

問題

2019年度入試

【学部】	医学部
【入試名】	前期日程
【試験日】	2月25日
【試験時間】	90分



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 以下の問いに答えよ。

(1) n を 3 以上の整数, x を正の実数とする. このとき

(a) 不等式

$$(1+x)^n > 1+nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$$

を証明せよ.

(b) 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{(1+x)^n}$$

の収束, 発散を調べ, 収束するときにはその値を求めよ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, 3a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2^{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義する.

(a) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(b) 上で求めた a_n に対して, 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} na_n$$

の収束, 発散を調べ, 収束するときにはその和を求めよ.

2 以下の問いに答えよ.

(1) $x > 0$ のとき, 不等式 $x > \sin x$ を証明せよ.

(2) 不等式

$$\frac{1}{6} < \sin 10^\circ < \frac{\pi}{18}$$

を証明せよ.

3 関数 $f(x)$ はすべての実数 a, b, c に対して

$$f(a)f(b-c) + f(b)f(c-a) + f(c)f(a-b) = 0$$

を満たすものと仮定する. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) すべての実数 x に対して $f(-x) = -f(x)$ が成立することを証明せよ.

(2) 0 以上のすべての整数 n , および, すべての実数 x, y に対して

$$f\left(\frac{y}{2}\right) \sum_{k=0}^n f(x+ky) = f\left(x + \frac{n}{2}y\right) f\left(\frac{n+1}{2}y\right)$$

が成立することを証明せよ.

(3) $f(x)$ はすべての実数 x で連続かつ $x = 0$ で微分可能で $f'(0) = 1$ と仮定する. $f(x)$ の原始関数の 1 つを $F(x)$ とすれば, すべての実数 s, t に対して

$$\frac{F(t) - F(s)}{2} = f\left(\frac{s+t}{2}\right) f\left(\frac{t-s}{2}\right)$$

が成立することを証明せよ.

4 A, B を空でない事象とする. このとき, 以下の 2 つの条件 p, q が同値であることを証明せよ.

p : A, B は独立である.

q : 点 $O(0, 0)$, 点 $Q(P(A \cap B), P(A \cap \bar{B}))$, 点 $R(P(\bar{A} \cap B), P(\bar{A} \cap \bar{B}))$ は同一直線上にある. ただし, $P(A)$ は事象 A が起こる確率を表すものとする.