

浜松医科大学

数学

問題

2018年度入試

【学部】	医学部
【入試名】	前期日程
【試験日】	2月25日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 自然数 n に対して $I_n = \int \frac{1}{\cos^n x} dx$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 不定積分 I_2 を求めよ。
- (2) 不定積分 I_4 を求めよ。
- (3) 不定積分 I_3 を求めよ。

2 自然数 k, n が $k \leq n$ を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $\left(\frac{n}{k}\right)^k \leq {}_n C_k$ を証明せよ。
- (2) すべての実数 t に対して、 $1+t \leq e^t$ を証明せよ。
- (3) 0 以上のすべての実数 t に対して、 ${}_n C_k t^k \leq e^{nt}$ を証明せよ。
- (4) 不等式 ${}_n C_k \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$ を証明せよ。
- (5) $n = 10^{23}$, $k = 10^2$ のとき、 ${}_n C_k$ の桁数の下 2 桁を切り捨てた値を求めよ。

3 $\triangle ABC$ の各頂点 A, B, C の対辺の長さをそれぞれ a, b, c , 重心を G, 内心を I とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{IG} = \left(\frac{1}{3} - \frac{b}{a+b+c}\right)\overrightarrow{AB} + \left(\frac{1}{3} - \frac{c}{a+b+c}\right)\overrightarrow{AC}$ を証明せよ。
- (2) $\overrightarrow{IG} = \vec{0}$ は、 $\triangle ABC$ が正三角形であるための必要十分条件であることを証明せよ。
- (3) $\triangle ABC$ が正三角形でないとき、次の条件 p, q は同値であることを証明せよ。
 p : 順番を適当に入れ替えれば、 a, b, c は等差数列をなす。
 q : 線分 IG と平行な辺が存在する。

4 定数 a, b, c を用いて、数列 $\{S_n\}$ を

$$S_n = a^n + b^n + c^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。

(1) 恒等式

$$(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

を用いて $S_{n+3}, S_{n+2}, S_{n+1}, S_n$ が満たす漸化式を求めよ。

(2) $a+b+c=0, abc \neq 0$ のとき、

$$\frac{S_2 S_3}{S_5}, \frac{(S_2)^2 S_3}{S_7}, \frac{S_2 S_5}{S_7}$$

のそれぞれの値を求めよ。

(3) (2) で求めた 3 つの値に共通してあてはまる規則を 1 つ挙げよ。