

浜松医科大学

平成 25 年 度

数 学

注意事項

1. 問題は 3 題で、すべて必答問題です。
2. 解答はすべて別紙(解答用紙 3 枚)の該当する欄に記入しなさい。
3. 解答用紙の裏面を使用する場合は、表面の右下に「裏面に続く」と記入し、表面の下の部分を持って上にめくり記入しなさい。表面とは書く方向が反対になります。
4. 図やグラフは解答の中で重要な位置をしめます。その特徴をおさえて、ていねいに描きなさい。
5. 解答者がたどる道筋や問題解決に至る要点を明確に意識して、論述式的答案を読みやすく書きなさい。
6. 問題用紙の余白は、下書きやミスがないかどうか見直すのに十分活用しなさい。

1

(必答問題) (配点 70 点)

関数 $f(x) = \log x + \frac{1}{x}$ と曲線 $C: y = f(x)$ ($x > 0$) について、以下の問いに答えよ。なお、必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と不定積分 $\int f(x) dx$ をそれぞれ求めよ。

(2) 曲線 C の変曲点を求めよ。

以下 a は 1 より大きい実数とし、点 $(a, f(a))$ における C の接線を $l(a)$ とする。

(3) 接線 $l(a)$ の方程式を求めよ。また、 $a \neq 2$ のとき、曲線 C と接線 $l(a)$ は 2 個の共有点(接点と交点)をもつことを示せ。

(4) $a = 2$ とする。曲線 C 、接線 $l(2)$ と 2 直線 $x = 1$ 、 $x = 4$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

2

(必答問題) (配点 65 点)

$|k| < 1$ または $k > 1$ を満たす実数 k に対し, 次の 2 次曲線 $C(k)$ を考える.

$$C(k) : \frac{x^2}{k+1} + \frac{y^2}{k-1} = 1$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 点 $(1, 1)$ を通る曲線 $C(k)$ をすべて求めて, その概形をかけ.
- (2) 曲線 $C(3)$ が点 (a, b) ($a > 0, b > 0$) を通るとき, a と b の間に成り立つ関係式を求めよ. またこのとき, 点 (a, b) を通る曲線 $C(k)$ ($k \neq 3$) の方程式を, b を用いて表し, その焦点を求めよ.
- (3) (2) の 2 つの曲線 $C(3), C(k)$ について, 点 (a, b) における $C(3), C(k)$ の接線をそれぞれ l_1, l_2 とする. l_1 と l_2 のなす角度を求めよ.

3

(必答問題) (配点 65 点)

さいころを 4 回投げて, k 回目 ($k = 1, 2, 3, 4$) に出る目の数を X_k とする. 1 から 6 までの目は等確率で出るものとするとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) $j, k (j < k)$ は数の集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ を動くものとする. X_1, X_2, X_3, X_4 の中で, $X_j = X_k$ となる組 $\{j, k\}$ が少なくとも 1 つ存在する事象を A , $X_j = X_k$ となる組 $\{j, k\}$ がただ 1 つ存在する事象を B , 同じ目がちょうど 3 つ出る事象を C とする. 確率 $P(A), P(B), P(C)$ をそれぞれ求めよ.
- (2) A が起こったときの和事象 $B \cup C$ の条件つき確率 $P_A(B \cup C)$ を求めよ.
- (3) X_1, X_2, X_3, X_4 の値を小さい順に並べ替えて, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq X_{(3)} \leq X_{(4)}$ を定める. 例えば, $X_1 = 3, X_2 = 2, X_3 = 6, X_4 = 2$ の場合, $X_{(1)} = 2, X_{(2)} = 2, X_{(3)} = 3, X_{(4)} = 6$ である. 確率 $P(X_{(1)} = 4)$ と $P(X_{(1)} = X_{(2)} = 4)$ をそれぞれ求めよ.