

東京大学

物理

問題

2018年度入試

【学部】 教養学部、理学部、工学部、農学部、医学部、薬学部

【入試名】 前期日程

【試験日】 2月26日



「過去問ライブラリーは、(株)旺文社が刊行する「全国大学入試問題正解」を中心とした過去問、研究・解答(解答・解説)を掲載しています。本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は、(株)旺文社または各情報提供者に帰属します。本サービスに掲載の全部または一部の無断複製、配布、転載、譲渡等を禁止します。各設問に対する「研究・解答」は原則として旺文社が独自に作成したものを掲載しています。掲載問題のうち★印を付したものは、著作権法第67条の2第1項の規定により文化庁長官に裁定申請を行った上で利用しています。

裁定申請日 【2017年】8/1 【2018年】4/24、9/20 【2019年】6/20

1 図1-1のように水平な床の上に質量 M の台がある。台の中央には柱があり、柱上部の点 P に質量 m の小球を長さ L の伸び縮みしない糸でつるした振り子を取り付けられている。床に固定された x 軸をとり、点 O を原点、水平方向右向きを正の向きとする。小球と糸は、柱や床に接触することなく x 軸を含む鉛直面内を運動するものとする。また、床と台の間に摩擦はなく、台は傾くことなく x 軸方向に運動するものとする。以下の設問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とし、小球の大きさ、糸の質量、および空気抵抗は無視できるとする。

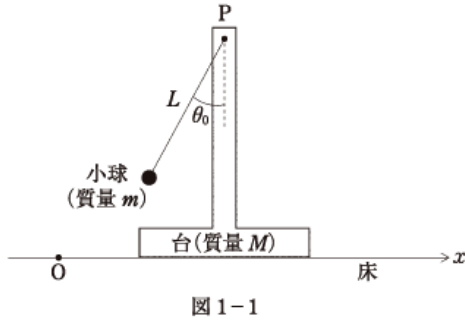


図1-1

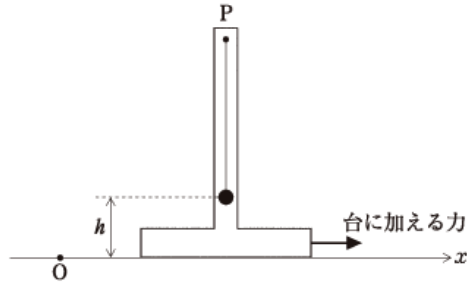


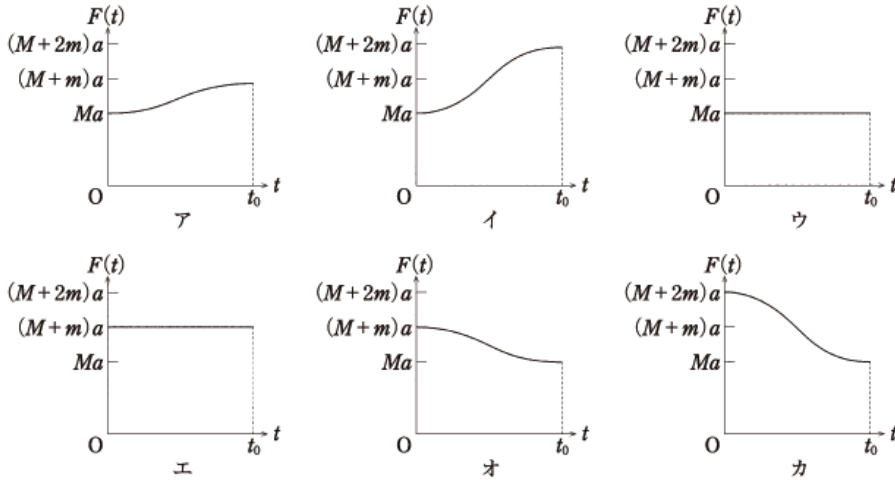
図1-2

I 図1-1のように、振り子の糸がたるまないように小球を鉛直方向から角度 θ_0 ($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$) の位置まで持ち上げ、台と小球が静止した状態から静かに手をはなしたところ、台と小球は振動しながら運動した。

- (1) 小球が最初に最下点を通過するときの、小球の速度の x 成分を求めよ。
- (2) ある時刻における台の速度の x 成分を V 、小球の速度の x 成分を v とする。
このとき、点 P から距離 l だけ離れた糸上の点の速度の x 成分を、 V 、 v 、 l 、 L を用いて表せ。
- (3) 点 P からの距離が $l = l_0$ の糸上の点 Q は、 x 軸方向には運動しない。 l_0 を、 M 、 m 、 L を用いて表せ。
- (4) 角度 θ_0 が十分小さい場合の台と小球の運動を考える。この運動の周期 T_1 は、点 Q から見た小球の運動を考察することで求めることができる。周期 T_1 を、 M 、 m 、 g 、 L を用いて表せ。ただし、 θ_0 が十分小さいため、点 Q の鉛直方向の運動は無視できるとする。また、 $|\theta|$ が十分小さいときに成り立つ近似式、 $\sin \theta \approx \theta$ を用いてよい。

II 時刻 $t=0$ で台と小球が静止し、振り子が鉛直下向きを向いている。このとき、小球は床から高さ h の位置にある。この状態から図1-2のように、時刻 $t \geq 0$ で台が加速度 a ($0 < a < g$) で x 軸の正の向きに等加速度運動するように、台に力 $F(t)$ を加え続けた。その結果、時刻 $t=t_0$ で、小球の高さがはじめて最大となった。

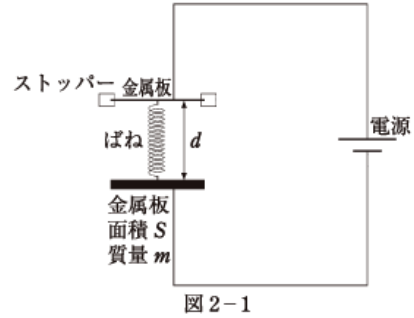
- (1) 時刻 $t=t_0$ での小球の高さを、 L 、 h 、 g 、 a を用いて表せ。
- (2) 時刻 $t=0$ から t_0 までの間に、力 $F(t)$ がした仕事を、 M 、 m 、 g 、 a 、 t_0 、 L を用いて表せ。
- (3) 台に加えた力 $F(t)$ のグラフとして最も適切なものを、以下のア～カから一つ選んで答えよ。



- (4) 時刻 $t=t_0$ で、台に力加えるのを止めたところ、台と小球はその後も運動を続けた。時刻 $t \geq t_0$ における糸上の点 Q の速度の x 成分を求めよ。また、 a が g に比べて十分小さいとき、時刻 $t \geq t_0$ における点 Q から見た小球の振動の周期 T_2 を、 M 、 m 、 g 、 L を用いて表せ。ただし、 $|\theta|$ が十分小さいときに成り立つ近似式、 $\sin \theta \approx \theta$ を用いてよい。

2 真空中に置かれた、ばねを組み込んだ平行板コンデンサーに関する以下の設問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とし、ばね自身の誘電率による電気容量の変化は無視できるとする。また、金属板は十分広く端の効果は無視できるものとし、金属板間の電荷の移動は十分速くその移動にかかる時間も無視できるものとする。さらに、金属板の振動による電磁波の発生、および重力の影響も無視できるとする。

I 図2-1のように、同じ面積 S の2枚の金属板からなる平行板コンデンサーが電源につながれている。2枚の金属板は、ばね定数 k の絶縁体のばねでつながれており、上の金属板はストッパーで固定されている。下の金属板は質量 m をもち、上の金属板と平行のまま上下に移動し、上の金属板との間隔を変化させることができる。

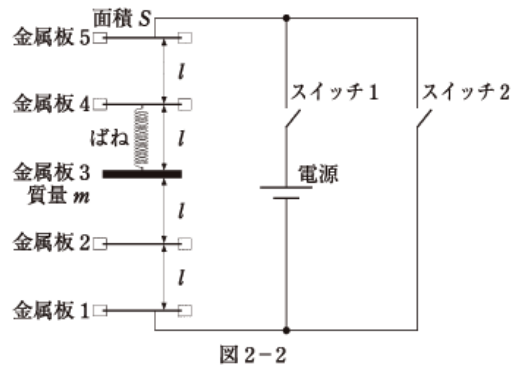


電源の電圧を V にしたところ、ばねは自然長からわずかに縮み、金属板の間隔が d となる位置で静電気力とばねの弾性力が釣りあい、下の金属板は静止した。

- (1) 金属板間に働いている静電気力の大きさを求めよ。
- (2) ばねに蓄えられている弾性エネルギーを求めよ。
- (3) この状態から、下の金属板を引っ張り、上の金属板との間隔を d から $d+\Delta$ までわずかに広げると、下の金属板は釣り合いの位置を中心に単振動した。この単振動の周期を求めよ。ただし、 $|\alpha|$ が1より十分小さい実数 α に対して成り立つ近似式、 $(1+\alpha)^{-2} \cong 1-2\alpha$ を用いてよい。

[補足説明] I(3)において、電源の電圧は V で一定に保たれている。

II 図2-2のような同じ面積 S の5枚の金属板からなる平行板コンデンサーを含む回路を考える。金属板1, 2, 4, 5は固定されている。質量 m をもつ金属板3は、金属板4にばね定数 k の絶縁体のばねでつながれており、ほかの金属板と平行のまま上下に移動することができる。金属板2, 3, 4には、それぞれ、 $-Q, +2Q, -Q$ の電荷が与えられている。金属板1と5は、図2-2に示すような電源と二つのスイッチを含んだ回路に接続されている。はじめ、スイッチ1は閉じ、スイッチ2は開いており、電源の電圧は0であった。このとき、5枚の金属板は静止しており、隣り合った金属板の間隔はすべて l で、ばねは自然長になっていた。



まず、電源の電圧を0から小さな値 $V (V>0)$ までゆっくり変化させた。この過程で金属板3は常に力の釣り合いを保ちながら移動し、金属板1と金属板5にはそれぞれ $-q, +q$ の電荷が蓄えられた。

- (1) このとき、金属板3の元の位置からの変位 x を、 ϵ_0, Q, q, k, S を用いて表せ。ただし、図2-2中の下向きを x の正の向きとする。
- (2) このときの $\frac{q}{V}$ を全電気容量とよぶ。 $\frac{q}{V}$ を、 ϵ_0, Q, k, S, l を用いて表せ。
- (3) 次に、スイッチ1を開きスイッチ2を閉じると金属板3は単振動した。この運動において、金属板3の図2-2の位置からの変位が x のときの金属板5の電荷を、 Q, x, l を用いて表せ。ただし、図2-2中の下向きを x の正の向きとする。
- (4) 設問II(3)の単振動の周期を求めよ。

[補足説明] IIにおいて、ばね定数 k は十分に大きいものとする。

3 図3のように、鉛直方向に立てられた3つの円柱状の容器A、容器B、容器Cが管でつながれている。3つの円柱の断面積は等しく、全て S である。容器内には密度が一樣な液体が入っており、液体は管を通して3つの容器の間を自由に移動できる。容器Aと容器Bの上端は閉じられ、容器Cの上端は開いている。容器Aの液面より上は何もない空間(真空)であり、容器Bの液面より上には単原子分子の理想気体が入っている。以下の設問に答えよ。ただし、気体と液体および気体と容器の間の熱の移動はないものとする。また、各容器の液面は水平かつ常に管より上にあり、液体の蒸発や体積の変化は無視できるものとし、容器Bの気体のモル数は常に一定であるとする。

I 最初、図3のように容器A、容器Bの液面が容器Cの液面に比べてそれぞれ $5h$ 、 $2h$ だけ高く、また容器

Aの真空部分の長さが h 、容器Bの気体部分の長さが $4h$ であった。このとき容器Bの気体の圧力 p_1 を、外気圧 p_0 を用いて表せ。

II 図3の状態から、外気圧を p_0 に保ったまま、容器Bの気体にわずかな熱量をゆっくりと与えたところ、容器Bの液面が x だけわずかに下がった。

(1) 容器A、容器Cの液面はそれぞれどちら向きにどれだけ移動するかを答えよ。

(2) 容器Bの気体の体積、圧力、温度が (V_1, p_1, T_1) から $(V_1 + \Delta V, p_1 + \Delta p, T_1 + \Delta T)$ に変化したとする。体積と圧力の変化率 $\frac{\Delta V}{V_1}$ 、 $\frac{\Delta p}{p_1}$ を、 x と h を用いて表せ。

(3) 容器Bの気体がした仕事 W を求めよ。ただし、 x は h に比べて十分小さく、容器Bの気体の圧力は p_1 で一定であるとして、 x^2 に比例する項は無視してよい。

(4) 液体の位置エネルギーの変化を ΔE とする。 ΔE は、容器Bの液面付近にある厚さ x 、断面積 S の液体が、容器A、容器Cの液面付近に移動したと考えることによって求められる。 ΔE を p_0 、 p_1 、 x 、 h 、 S のうち必要なものを用いて表せ。ただし、設問II(3)と同様に、 x^2 に比例する項は無視してよい。

(5) W と ΔE が等しいか等しくないかを答え、等しくない場合はその原因を簡潔に述べよ。

III 図3の状態から、外気圧を p_0 に保ったまま容器Bの気体に熱量をゆっくりと与えていったところ、ある時点で容器Aの液面がちょうど上端に達し、真空部分がなくなった。

(1) この時点での容器Bの気体の体積、圧力、温度 (V_2, p_2, T_2) は、熱量を与える前の値 (V_1, p_1, T_1) のそれぞれ何倍になっているかを答えよ。

(2) この時点までに容器Bの気体に与えられた熱量 Q と温度変化 $T_2 - T_1$ の比 $C = \frac{Q}{T_2 - T_1}$ を、容器Bの気体のモル数 n と気体定数 R を用いて表せ。

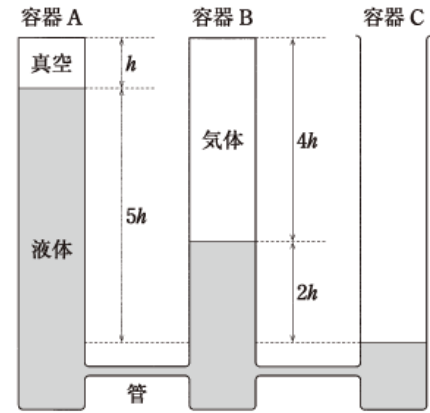


図3